Chapitre 21 : Les convertisseurs CAN et CNA /échantillonnage

I. Introduction

De nombreux systèmes électroniques intègrent des microprocesseurs ou microcontrôleurs pour bénéficier des avantages du numérique, tels que la facilité de traitement (filtrage, compression) et la mémorisation des informations. Toutefois, lorsque les capteurs produisent des signaux analogiques ou que les actionneurs nécessitent des commandes analogiques, des conversions de données sont indispensables. Le CAN (convertisseur analogique-numérique) transforme les signaux analogiques en données numériques, tandis que le CNA (convertisseur numérique-analogique) reconvertit ces données en signaux analogiques pour les actionneurs.

II. Les notions de base

1. Numération binaire

La conversion A/N ou N/A vise à associer un nombre binaire N(2) de n bits à une tension analogique V, ou inversement. Le nombre binaire est exprimé sous la forme : $\mathbf{N_{(2)} = [a_{n-1} \quad a_{n-2} \quad \cdots \quad a_1 \quad a_0\,]}$, où $\mathbf{a_{n-1}}$ est le bit de poids fort (LSB) et $\mathbf{a_0}$ est le bit de poids faible (MSB).

2. Conversion de la base binaire vers la base décimale

La conversion d'un nombre binaire en décimal se fait comme suit :

$$N_{(10)} = a_{n-1}\,.\,2^{n-1} + a_{n-2}.\,2^{n-2} + \cdots + a_1\,.\,2^1 + a_0.\,2^0$$

Exemple : Pour convertir le mot binaire N $_{(2)}$ = (10010) ➔ $N_{(10)}$ en décimal :

$N_{(2)} = \overset{4}{1}\overset{3}{0}\overset{2}{0}\overset{1}{1}\overset{0}{0} \Rightarrow N_{(10)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^1 \Rightarrow N_{(10)} = 18$

3. Conversion de la base décimale vers la base binaire

Méthode par **puissances de 2** et **soustraction** :

- Identifiez la puissance de 2 la plus grande qui est inférieure ou égale au nombre décimal à convertir.
- Listez les puissances de 2 en ordre décroissant.
- Soustrayez successivement ces puissances de 2 (si la soustraction reste positive) en commençant par la plus grande, jusqu'à ce que le résultat atteigne 0.

Exemple 1 : conversion en mot binaire pour $N_{(10)}$ = 148 (décimal)

Puissance de 2	$2^8 = 256$	$2^7 = 128$	$2^6 = 64$	$2^5 = 32$	$2^4 = 16$	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
Nombre binaire	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**
Reste à coder	**248**	**20**	**20**	**20**	**4**	**4**	**0**	**0**	**0**

On en déduit que le nombre décimal N $_{(10)}$ =148 correspond en binaire à : **N $_{(2)}$ = 010010100**

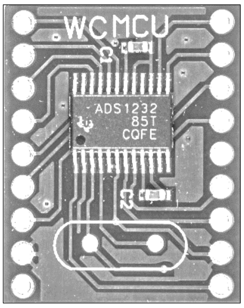
Exemple 2 : conversion en mot binaire pour N $_{(10)}$ = 348 (décimal)

Puissance de 2	**256**	**128**	**64**	**32**	**16**	**8**	**4**	**2**	**1**
Nombre binaire	1	0	1	0	1	1	1	0	0
Reste à coder	92	92	28	28	12	4	0	0	0

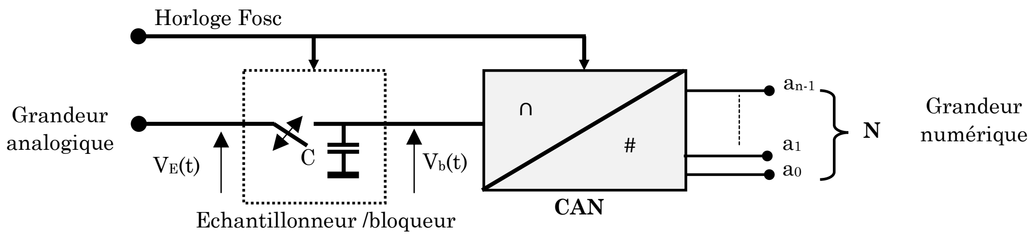
On en déduit que le nombre décimal N $_{(10)}$ = 384 correspond en binaire à : d'où 101011100

III. Convertisseur analogique numérique CAN (ADC en anglais)

Le convertisseur analogique-numérique (CAN) est un dispositif qui traduit un signal analogique continu en une valeur numérique discrète, permettant ainsi aux systèmes numériques, comme les microprocesseurs, de traiter et d'analyser les informations analogiques capturées par les capteurs.

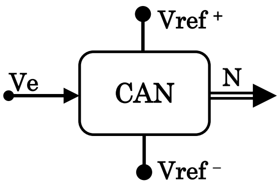


ADS 1233 58T
24 bits, 2,7 V à 5,3 V
2 canaux différentiels
Temps de conversion : 66 ms



Échantillonneur-bloqueur : il stabilise la tension à l'entrée du CAN durant toute la durée de la conversion, qui s'effectue en réalité sur des échantillons de la tension Ve(t).

1. Tension pleine échelle PE



La tension pleine échelle représente la plage de conversion limitée à l'entrée du CAN. Pour un CAN unipolaire, elle est généralement de 0-5V ou 0-10V, tandis que pour un CAN bipolaire, elle peut être de ±5V ou ±10V : $\mathbf{PE = Vref^{+} - Vref^{-}}$

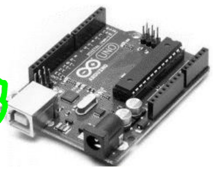
Exemple 1 : un convertisseur analogique numérique de la plage de conversion est ±5V.

- **Question :** Calculer la tension pleine échelle : $P_e = V_{ref}^{+} - V_{ref}^{-} = 5-(-5) \Rightarrow PE = 10\,V$

2. Quantum du CAN

Le quantum q d'un convertisseur analogique-numérique (CAN) est la plus petite variation de tension qu'il peut détecter et représenter. Il est déterminé par la résolution du CAN et la plage de tension d'entrée, calculé par la formule : $\mathbf{q = \frac{PE}{2^n}}$

Où n est le nombre de bits de résolution du CAN. Le quantum définit la précision avec laquelle le CAN peut discrétiser une tension analogique en une valeur numérique.



Exemple 2 : CAN Arduino UNO : $PE = 5V$ et $n = 10$ bits. Le quantum q : $q = \frac{PE}{2^n} \Rightarrow q = 4.88\,mV$

3. Résolution du CAN

La résolution d'un convertisseur analogique-numérique (CAN) est exprimée par le nombre de bits n qu'il produit en sortie : $\mathbf{R = n}$. Dans certains contextes, deux autres expressions peuvent être utilisées pour décrire la résolution, en fonction des exigences du cahier des charges : $\mathbf{R = \frac{1}{2^n}}$ ou $\mathbf{R = q}$, où q représente le quantum.

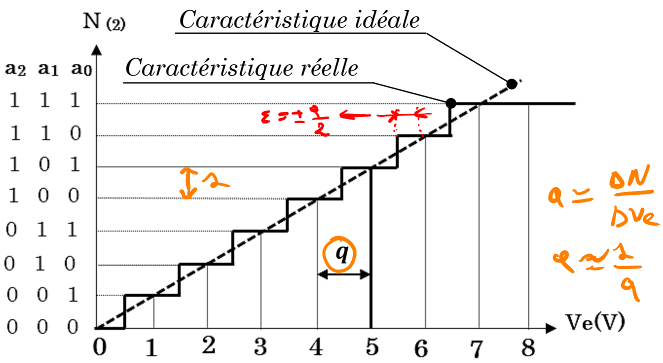
Exemple 3 : CAN Arduino UNO : $n = 10$ bits, la résolution est : R = 10 bits ; R = 0.097% , R = 4.88 mV

4. Caractéristique de transfert d'un convertisseur CAN

La caractéristique d'un CAN est la courbe qui montre la relation entre la grandeur d'entrée et la grandeur de sortie.

La caractéristique ci-après est pour un CAN de la tension pleine échelle PE = 8 V et de nombre de bit n = 3 bits alors le quantum q = 1V ;

À partir de cette caractéristique, le quantum q établit également la relation entre la tension Ve et son mot numérique N : $\mathbf{N = \frac{1}{q} . Ve}$



Erreur du CAN : $\varepsilon = \pm \frac{q}{2}$

Exemple 4 : Le microcontrôleur PIC16F877A est équipé d'un CAN de 10 bits et fonctionne sous une tension d'alimentation de 5V. La tension à convertir est appliquée à la broche RA0.

- Question : Calculez la valeur de N lorsque la tension sur RA0 est Ve = 3,43 V.

sachant que $q = \frac{PE}{2^n} \Rightarrow PE = 5V, n = 10 \Rightarrow q = 4.88\,mV$

et que : $V_e = q.N \Rightarrow N = \frac{V_e}{q}$ d'où : $N = 703 \Rightarrow \boxed{N = 1011000000}$

5. Temps de conversion

Le temps de conversion, ou temps d'établissement, est la durée nécessaire pour convertir une tension en une valeur numérique correspondante. Ce temps varie en fonction de la technique de conversion utilisée et est généralement spécifié dans la documentation du fabricant.

Par exemple, pour une carte Arduino UNO, le temps de conversion est d'environ **Tc = 104 µs** pour **Fosc = 16 MHz**.

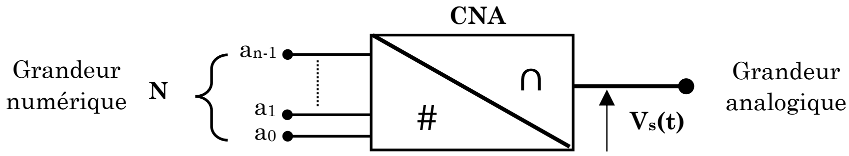
6. La valeur maximale de la tension à l'entrée

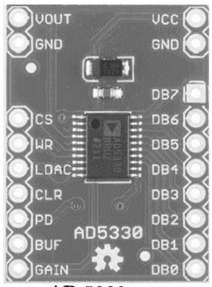
La valeur maximale de Ve(t) est donc : $\mathbf{Ve_{max} = q.(2^n - 1)}$

Exemple 5 : cas de l'ARDUINO UNO (PE = 5V , n =10) alors Ve$_{max}$: $V_{emax} = q\,(2^n - 1) \Rightarrow \boxed{V_{emax} = 4.99 \simeq PE}$

IV. Convertisseur numérique analogique CNA (DAC en anglais)

Le convertisseur numérique-analogique (CNA) est un composant clé qui convertit des données numériques en signaux analogiques. Il permet aux systèmes numériques de produire des signaux analogiques, essentiels pour contrôler des actionneurs ou interfacer avec des équipements analogiques.





AD 5330
8 bits, 2,5 V à 5,5 V
1 sortie analogique
Temps de conversion : 7,5 µs

La valeur N représente la commande calculée par une unité de traitement numérique, qui est ensuite convertie en une tension servant de signal de commande pour un préactionneur.

Remarque : *Un convertisseur numérique-analogique (CNA) n'a généralement pas besoin d'une horloge pour fonctionner, sauf pour la communication en interface série* (SPI, I2C [(1)]), *où l'horloge gère la transmission des données.*

1. Quantum q

Le quantum q représente la plus petite variation possible de la tension de sortie. Il correspond à la valeur d'entrée lorsque seul le bit de poids faible (LSB) de N est à l'état haut (N=1). Il est calculé comme suit : $\mathbf{q = \frac{Vref}{2^n}}$, où Vref est la tension de référence et n est le nombre de bits du CNA.

Exemple 6 : $n = 4$, $Vréf = 10V$, alors $q = \frac{Vref}{2^n} \Rightarrow q = 625\,mV$

2. La valeur maximale de la tension à la sortie

La valeur maximale de sortie Vs(t) est : $\boldsymbol{Vsmax = q.(2^n - 1)}$

Exemple 7 :

- Soit un CNA de 5 bits. La tension de sortie vaut 0,2 V quand l'entrée vaut 00001.

Que vaut la tension de référence de ce CNA ? On a : $q = Vref/2^n \Rightarrow Vref = q.2^n$, donc q ???
puisque $N = 1 \Rightarrow$ Donc 0.2 est q : $q = 0.2V$; d'où : $Vref = 6.4\,V$

(1) Les interfaces série SPI et I2C sont des protocoles de communication utilisés pour échanger des données entre microcontrôleurs et des périphériques comme le CAN, SPI étant plus rapide et I2C utilisant moins de connexions (Ex : MCP4725, c'est un CNA à bus I2C)

- Soit un CNA de 5 bits à sortie en courant. Quand l'entrée vaut 10100, le courant de sortie vaut 10 mA.

Que vaut le quantum ? On a : $I = q \cdot N \Rightarrow q = \frac{I}{N} \Rightarrow N = 2^4 + 2^2 = 20$

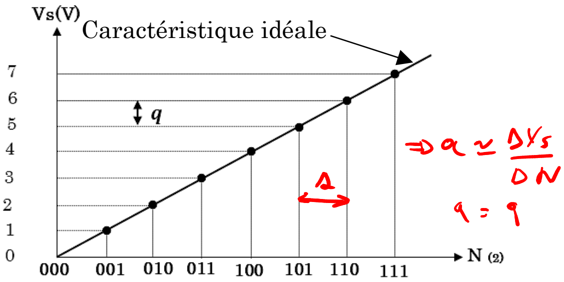
d'où : $q = 0.5\,mA$

3. Caractéristique de transfert d'un convertisseur CNA

La caractéristique d'un CNA est la courbe qui représente la relation entre la grandeur d'entrée et la grandeur de sortie.

Dans l'exemple suivant, pour un CNA avec une tension pleine échelle Vref = 8 V et une résolution de 3 bits, le quantum q est de 1 V.

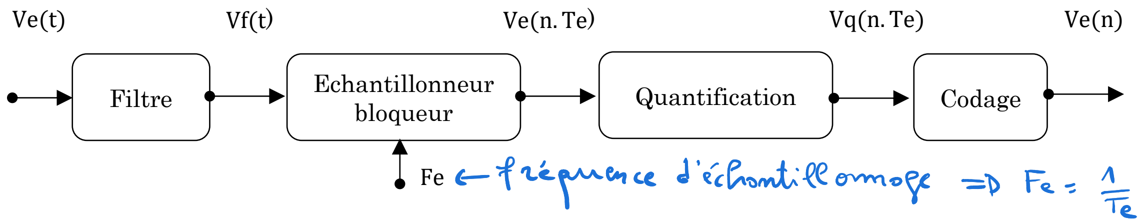
D'après cette caractéristique, le quantum q relie également la tension de sortie Vs au mot numérique N par la relation : **Vs = q . N**



V. Numérisation du signal : Notions de base sur l'échantillonnage

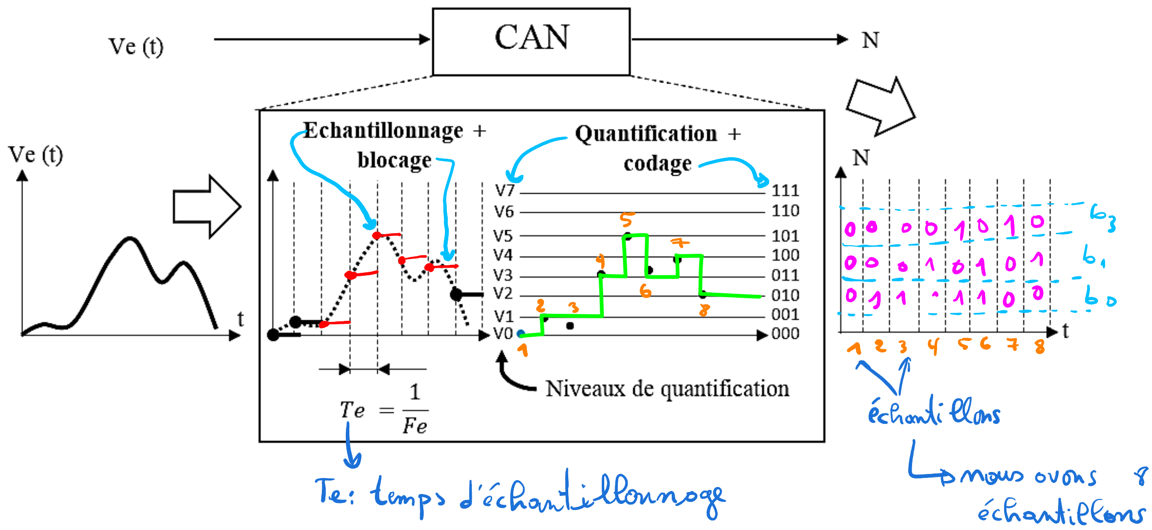
L'échantillonnage est une étape essentielle dans la numérisation d'un signal. Il consiste à prélever des valeurs discrètes d'un signal analogique à intervalles réguliers. Ce processus permet de convertir le signal en une forme numérique, facilitant ainsi son traitement, son stockage et sa transmission dans les systèmes numériques.

Conceptuellement, la conversion analogique-numérique peut être décomposée en quatre étapes principales :



Avec :

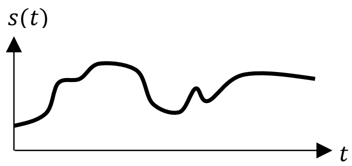
- **Filtre :** Il s'agit du filtre d'entrée, également appelé filtre anti-repliement, qui limite la largeur de bande du signal pour éviter le repliement de spectre.
- **Échantillonneur :** Il prélève des échantillons de la tension d'entrée à intervalles réguliers, correspondant aux instants de temps d'échantillonnage.
- **Quantification :** Cette étape convertit la valeur analogique échantillonnée en un nombre fini de niveaux prédéfinis.
- **Codage :** Il assigne une valeur numérique spécifique à chacun de ces niveaux de quantification.



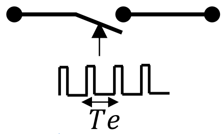
1. Définition

L'échantillonnage consiste à représenter un signal analogique continu **s(t)** par un ensemble de valeurs discrètes $\mathbf{s_e(n.Te)}$, où Te est la période d'échantillonnage, et n est un entier indiquant le numéro de l'échantillon.

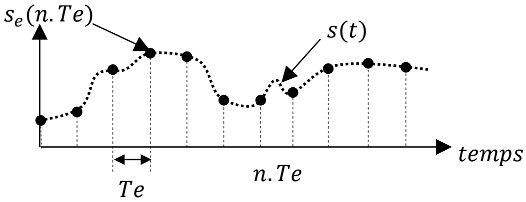
Cette opération est réalisée par un circuit appelé échantillonneur, souvent symbolisé par un interrupteur dans les schémas.



signal analogique



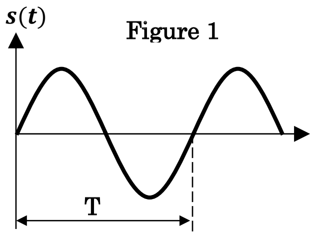
échantillonneur

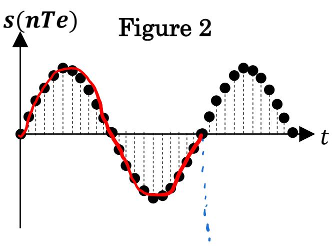


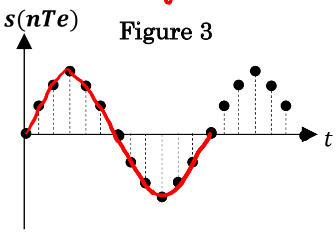
signal échantillonné

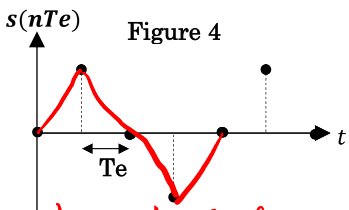
Exemple 8 : échantillonnage d'un signal sinusoïdal s(t)

– signal restitué









! on perdre la forme.

Figure	Nombre d'échantillons par période	Qualité du signal
1	Infini (non échantillonné)	Excellent
2	22	très bien
3	12	bien
4	4	mauvaise.

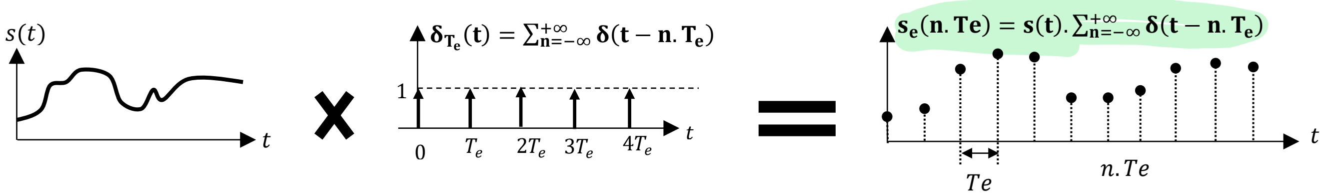
Remarque : *Dans une chaîne d'acquisition numérique :*

- *Si le pas d'échantillonnage est trop grand, les détails du signal peuvent être perdus, affectant la qualité du signal échantillonné.*
- *Si le pas est très petit, le nombre d'échantillons collectés augmente, nécessitant une mémoire d'acquisition plus importante.*

Il est donc crucial de trouver un compromis entre la précision du traitement numérique et la réduction du nombre d'échantillons à stocker.

2. Aspects temporels l'échantillonnage.

L'obtention d'un signal échantillonné $s_e(n.Te)$ à partir d'un signal analogique s(t) peut être modélisée mathématiquement dans le domaine temporel par la multiplication de s(t) par un peigne de Dirac de période Te, noté $\delta_{Te}(t)$.



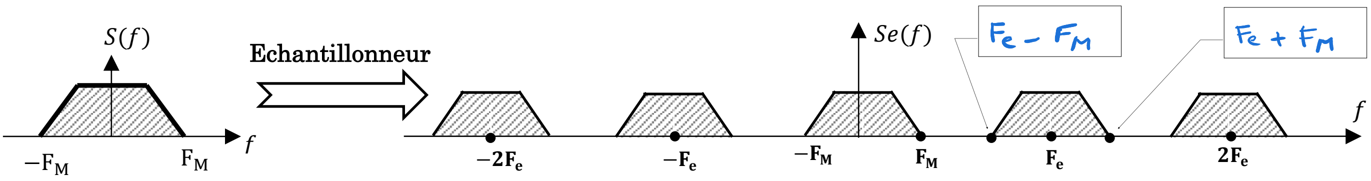
3. Aspects fréquentiels de l'échantillonnage.

On suppose que le signal s(t) a un spectre à support borné, c'est-à-dire que son spectre est limité (Se(f) = 0 pour f > fmax). En appliquant la transformée de Fourier, ainsi que le théorème de Plancherel, le spectre du signal échantillonné est obtenu par le produit de convolution entre le spectre du signal initial et la transformée de Fourier du peigne de Dirac.

$$\boxed{\mathbf{s_e(n.Te) = = s(t).\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - n.T_e)}} \longrightarrow \boxed{\mathbf{Se(f) = F_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(f - n.F_e)}}$$

Le spectre de l'échantillonné Se (f) s'obtient en périodisant avec une période égale à Fe, sur l'axe des fréquences, la transformée de Fourier S (f) du signal initial s(t) multiplié par Fe : $\mathbf{Se(f) = F_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(f - n.F_e)}$

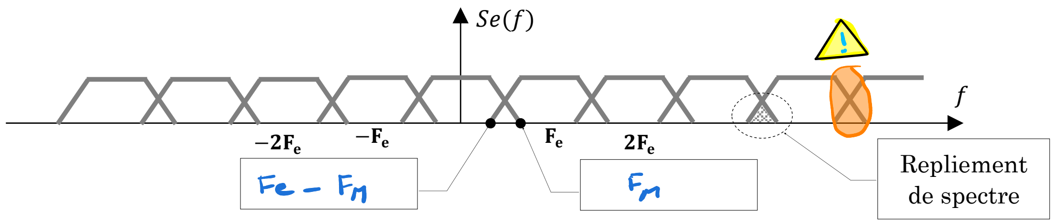
Soit un signal s(t) de spectre S(f), on cherche de tracer le spectre Se(f) du signal échantillonné :



Remarque : *Le spectre de ce signal représente le cas idéal où la fréquence d'échantillonnage Fe est correctement choisie, assurant ainsi une reconstruction fidèle du signal sans repliement de spectre (aliasing).*

4. Repliement de spectre

Le repliement de spectre, ou aliasing, survient lorsque la fréquence d'échantillonnage Fe est inférieure à deux fois la fréquence maximale F_M du signal à échantillonner. Cette situation provoque une superposition des composantes spectrales, rendant impossible la reconstruction fidèle du signal original sans distorsion.



Solution : Pour éviter les problèmes de repliement de spectre, il faut respecter le **théorème de Nyquist – Shannon**

Théorème de Nyquist - Shannon

La fréquence d'échantillonnage doit être au moins égale à deux fois la fréquence maximale $\mathbf{f_M}$ présente dans le signal initial : $\mathbf{Fe \geq 2\, f_M}$

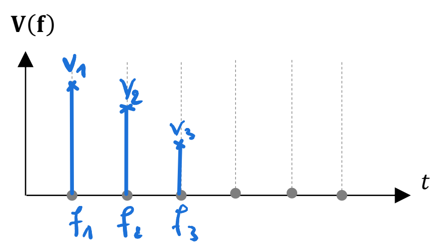
Exemple 9 : Nous souhaitons numériser un signal v(t). La première étape consiste à échantillonner le signal à l'aide d'un échantillonneur-bloqueur. L'objectif est de choisir une fréquence d'échantillonnage qui évite tout risque de chevauchement du spectre. Le signal est le suivant : $s(t) = V_1.\sin(2\pi\, f_1 t) + V_2.\sin(2\pi\, f_2 t) + V_3.\sin(2\pi\, f_3 t)$

Avec $f_1 = 2$ kHz, $f_2 = 2{,}5$ kHz et $f_3 = 3{,}3$ kHz.

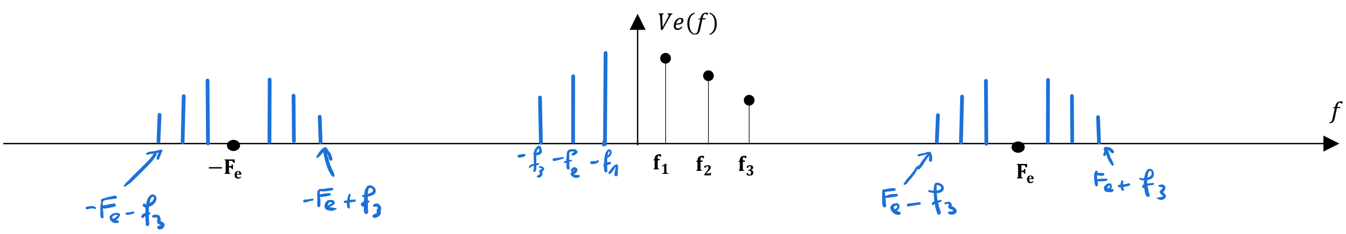
- **Question 1 :** Déterminer la fréquence maximale du signal s(t) et tracez son spectre, en tenant compte que $V1 > V2 > V3$: On remarque que $f_{max} = f_3$

  En déduire la fréquence d'échantillonnage Fe : $F_e = 2 \times f_{max}$

  $\hookrightarrow \boxed{F_e = 6.6\,kHz}$



- **Question 2 :** Tracer le spectre Ve(F) du signal échantillonné dans le cas où la fréquence d'échantillonnage est correctement sélectionnée.



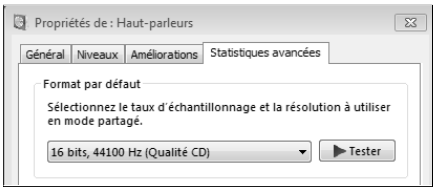
Exemple 10 : Justifiez l'utilisation des fréquences d'échantillonnage suivantes :

- Smartphone avec Fe = 8 kHz : La bande passante normalisée pour la téléphonie est de 300 Hz à 3400 Hz.

on a pour le téléphone $f_{max} = 3.4\,kHz \Rightarrow$ d'après le théorème de Shannon.
$Fe = 2 \times f_{max} \Rightarrow$ soit $\boxed{Fe = 6.8\,kHz} \Rightarrow$ on ajoute $\boxed{1.2\,kHz}$ de plage de garde.

- Carte son d'ordinateur avec Fe = 44,1 kHz : La bande audible s'étend de 20 Hz à 20 kHz.

pour la carte son de PC $\Rightarrow f_{max} = 20\,kHz$
d'après shannon $\Rightarrow Fe = 2\,f_{max}$
soit : $\boxed{Fe = 40\,kHz}$
$\Rightarrow$ on ajoute 4.1 kHz comme plage de garde



Remarque : *La bande de fréquences ajoutée, appelée "bande d'extension", élargit la bande passante vocale au-delà de la limite traditionnelle de 6800 Hz, jusqu'à 7000-8000 Hz (cas de téléphonie). Ce procédé fait partie des technologies "wideband audio" ou "HD Voice", offrant une qualité audio supérieure pour des communications téléphoniques plus claires et naturelles.*

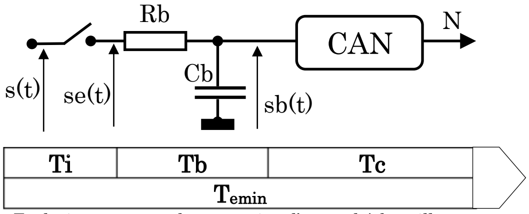
5. Étude du filtre anti-repliement de spectre

5.1 Problématique

L'échantillonneur est un composant essentiel des convertisseurs CAN, chargé de l'opération d'échantillonnage. Il est basé sur un commutateur électronique rapide, qui a une fréquence de commutation limitée. Si la fréquence d'échantillonnage dépasse cette fréquence de commutation Fi, le commutateur peut se saturer et ne plus s'ouvrir correctement.

Schéma de base de la chaîne de numérisation :

- Ti : temps de commutation de l'interrupteur
- Tb : temps de réponse du bloqueur (Tb=3.R.C)
- Tc : temps de conversion du CAN



Evolution en temps de conversion d'un seul échantillonne

Tous les temps sont fournis par la documentation technique du CAN.

- Le temps d'échantillonnage minimal à respecter est donné par : $\mathbf{Te_{min} = T_i + T_b + T_c}$
- Ainsi, la fréquence d'échantillonnage maximale à choisir est : $\mathbf{Fe_{max} = \frac{1}{Te_{min}}}$

Exemple 11 : nous voulons déterminer la fréquence d'échantillonnage maximale Fe de l'Arduino UNO équipé du microcontrôleur ATmega328P d'horloge 16 Mhz, en utilisant les informations fournies ci-dessous.

- **Temps de commutation Ti :** Estimé entre 8 µs et 16 µs. $\Rightarrow Ti_{min} = 8\,\mu s$, $Ti_{max} = 16\,\mu s$
- **Temps de réponse du bloqueur Tb** : $Tb = 3 . R_{SH} \times C_{SH} \Rightarrow \begin{cases} Tb_{max} = 1.4\,\mu s \\ Tb_{min} = 14\,ns \end{cases}$
- **Temps de conversion Tc** : 104 µs pour Fosc = 16 MHz.
  $\Rightarrow Tc = 104\,\mu s$

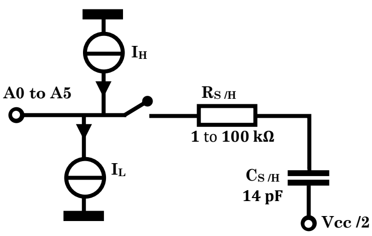
Question : calculer les valeurs expérimentales des fréquences Fe minimale et maximale de l'Arduino Uno.

On a : $T_e = T_c + T_i + T_c \Rightarrow Te_{min} = 112\,\mu s$; $Te_{max} = 121.4\,\mu s$

Comme : $Fe = \frac{1}{Te}$

d'où : $\boxed{8{,}237\,kHz < Fe < 8.928\,kHz}$

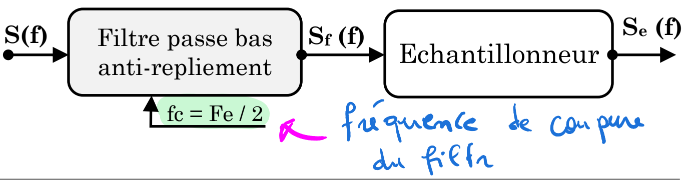
Donc l'ARDUINO UNO $\Rightarrow \boxed{Fe = 8{,}23\,kHz}$ ← cette fréquence à ne pas dépasser (maximale)



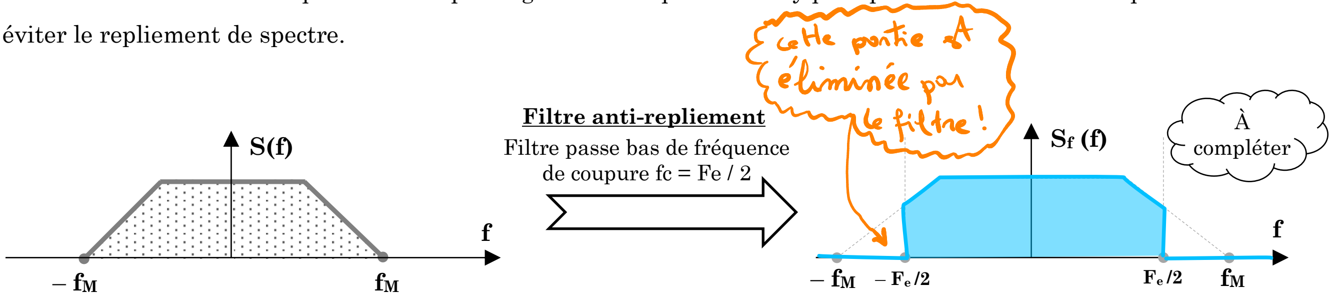
Echantillonneur – bloqueur ATmega328P

5.2 Solution : Filtre anti-repliement

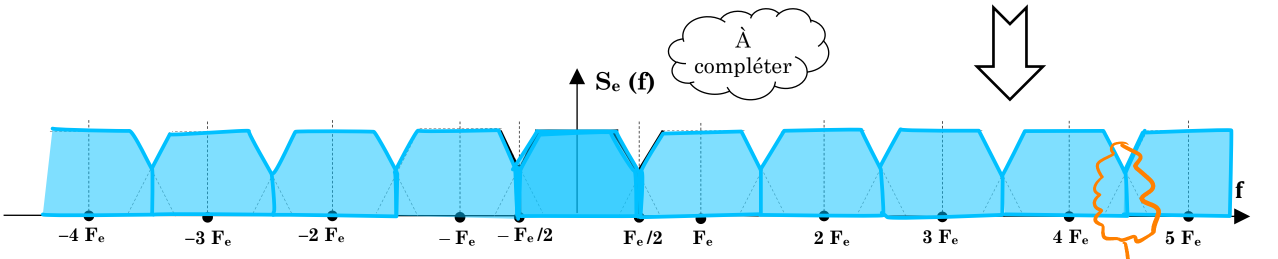
Lorsqu'il n'est plus possible d'augmenter la fréquence d'échantillonnage, il devient essentiel d'installer un filtre passe-bas anti-repliement avant l'échantillonneur.



Ce filtre doit avoir une fréquence de coupure égale à la fréquence de Nyquist pour éliminer toute fréquence indésirable et éviter le repliement de spectre.



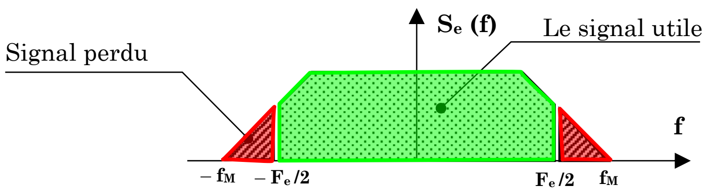
Spectre borné du signal à échantillonner *Spectre borné du signal filtré*



Spectre du signal échantillonné avec filtre anti-repliement du spectre

n'est plus le repliment de spectre

Remarque : *Grâce à un filtre passe-bas anti-repliement, le spectre du signal échantillonné Se(f) n'est pas déformé, bien qu'il soit difficile d'extraire le spectre de base. Cependant, une partie du spectre, allant de Fe/2 à f_M, est perdue.*



Notes :