

TD2 : Modélisation d'une enceinte chauffante

A- Présentation

Une enceinte chauffante est un équipement conçu pour maintenir une température stable et homogène dans un environnement clos. Utilisée en laboratoire, en industrie ou en médecine, elle permet le stockage, le séchage ou la réalisation de processus nécessitant un contrôle thermique précis. Son fonctionnement repose sur des résistances électriques ou d'autres systèmes de chauffage, associés à une régulation électronique garantissant la précision et la sécurité des opérations thermiques.



Le système étudié, illustré en figure 1, a pour rôle de maintenir la température d'une enceinte. Le chauffage est assuré par un échangeur thermique, dont le débit d'air est régulé par une vanne. On désigne par $\alpha(t)$ l'angle d'ouverture de la vanne, $q(t)$ le débit dans l'échangeur, $\theta_1(t)$ la température en sortie de l'échangeur et $\theta(t)$ la température de l'enceinte.

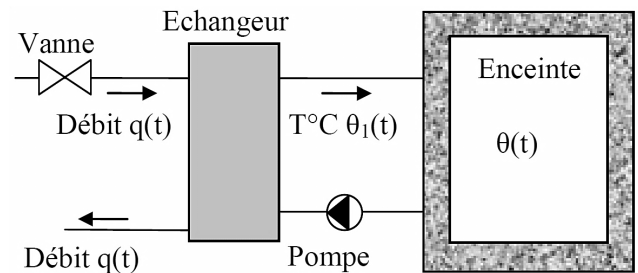


Figure 1

Les modèles de connaissance régissant le système sont donnés ci-dessous :

- $q(t) = K_0 \cdot \alpha(t)$: loi de fonctionnement de la vanne donnant le débit en fonction de l'angle d'ouverture de la vanne.
- $\theta_1(t) + \tau_1 \cdot \frac{d\theta_1(t)}{dt} = K_1 \cdot q(t)$: loi de transfert de chaleur dans l'échangeur.
- $\theta(t) + \tau_2 \cdot \frac{d\theta(t)}{dt} = K_2 \cdot \theta_1(t)$: loi de transfert de chaleur dans l'enceinte.

Toutes les conditions initiales sont supposées nulles. L'angle d'ouverture de la vanne $\alpha(t)$ est considéré comme l'entrée du système, tandis que la température de l'enceinte $\theta(t)$ constitue la sortie.

- **Question 1** : Appliquer la transformée de Laplace aux équations du modèle de connaissance.
- **Question 2** : En déduire les fonctions de transfert suivante : $K(p) = \frac{Q(p)}{\alpha(p)}$, $H(p) = \frac{\theta_1(p)}{Q(p)}$ et $F(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_1(p)}$
- **Question 3** : Exprimer $\theta_1(p)$ en fonction $K(p)$, $H(p)$ et α_0 puis en fonction K_0 , τ_1 et K_1 sachant que $\alpha(t)$ est un échelon défini par : $\alpha(t) = \alpha_0 u(t)$ avec $u(t)$ est la fonction de Heaviside.
- **Question 4** : Exprimer la valeur initiale θ_{1i} et la valeur finale θ_{1f} de la température si l'angle est α_0 .
- **Question 5** : A partir de la figure 1 ci-dessus, déterminer l'angle d'ouverture de la vanne α_0 ainsi que la valeur finale θ_{1f} et initiale θ_{1i} .
 - Déduire la valeur K_1 sachant que la valeur de $K_0=10$.
- **Question 6** : Exprimer la fonction de transfert globale du système $G(p) = \frac{\theta(p)}{\alpha(p)}$ et en déduire la valeur initiale θ_i et valeur finale θ_f pour la même valeur d'entrée α_0 .

Annexe