

Exercice préliminaire (4/20) : Le pont diviseur de tension

Q1 – Tensions u_1 et u_2

Appliquons le théorème de diviseur de tension au schéma de la figure 1, on a :

- $u_1 = u \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow \text{A.N.} : u_1 = 40 \text{ V}$
- $u_2 = u \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow \text{A.N.} : u_2 = 80 \text{ V}$

Q2 – la somme des tensions

En appliquant la loi des mailles à la branche $\{u, R_1, R_2\}$, on obtient : $u_1 + u_2 = 40 + 80 = 120 \text{ V}$. Cette somme correspond bien à la tension de la branche, soit $u = 120 \text{ V}$.

Q3 – Courant qui traverse la branche $\{u, R_1, R_2\}$

D'après la loi d'ohm et loi d'association des résistances.

On a : $u = R_{\text{eq}} \cdot i$ Avec : $R_{\text{eq}} = R_1 + R_2$

D'où : $i = \frac{u}{R_1 + R_2} \Rightarrow \text{A.N.} : i = 0,4 \text{ A}$

Q4 – Puissance dissipée dans les deux résistances

On remarque que les deux résistances sont parcourues par le même courant i . Il est donc préférable d'exprimer les puissances en fonction de ce courant. Donc :

- $P_{R_1} = R_1 \cdot i^2 \Rightarrow \text{A.N.} : P_{R_1} = 16 \text{ W}$
- $P_{R_2} = R_2 \cdot i^2 \Rightarrow \text{A.N.} : P_{R_2} = 32 \text{ W}$

Q5 – Expression de la tension V^-

Étant donné que le courant $I^- = 0$, on peut appliquer directement le théorème du diviseur de tension : $V^- = V_s \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

Q6 – Expression de la tension V^-

On constate que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire grâce à la présence de la réaction négative,

Alors : $V^- = V^+$

Or : $V^- = V_s \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ et $V^+ = V_e$

Donc : $V^- = V^+ \Rightarrow V_s \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = V_e$

D'où : $V_s = V_e \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$

Q7 – Expression de la tension $V_s(t)$ à $R_1 = R_2$

Sachant que $R_1 = R_2$ et $V_e(t) = 3 \cdot \cos(\omega t)$, donc la tension de sortie de l'AOP vaut : $V_s(t) = 2 \cdot V_e(t)$

D'où : $V_s(t) = 6 \cdot \cos(\omega t)$

Q8 – Expression de la tension $V_s(t)$ à $R_1 \gg R_2$

Puisque $R_1 \gg R_2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} \gg 1$, on peut négliger le rapport $\frac{R_1}{R_2}$ devant

1. L'expression de $V_s(t)$ se simplifie alors et devient :

$V_s(t) \approx V_e(t)$, D'où : $V_s(t) \approx 3 \cdot \cos(\omega t)$

Partie préliminaire : Production de l'énergie électrique.

Q1 – Tension totale de ce module V_{module}

Étant donné que les cellules photovoltaïques sont reliées en série, la tension totale produite correspond à la somme des tensions générées par chaque cellule : $V_{\text{module}} = 6 \cdot V_{\text{cell}}$

D'où : $V_{\text{module}} = 15 \text{ V}$

Q2 – Puissance totale fournie par le module P_{module}

La puissance fournie est exprimée par la relation suivante :

$P_{\text{module}} = V_{\text{module}} \cdot I_{\text{module}}$

Comme les cellules sont connectées en série, elles sont traversées par le même courant : $I_{\text{module}} = I_{\text{cell}}$

D'où : $P_{\text{module}} = V_{\text{module}} \cdot I_{\text{cell}} \Rightarrow \text{A.N.} : P_{\text{module}} = 150 \text{ mW}$

Q3 – Energie produite par le module

On a : $E = P_{\text{module}} \cdot \Delta t \cdot C_p$ Avec : $\Delta t = 8 \text{ h}$ et $C_p = 0,8$

D'où : $E = 960 \text{ mWh}$

Q4 – Courant total I_{module} et la tension V_{module}

Étant donné que les cellules photovoltaïques sont reliées en parallèle, le courant total produit correspond à la somme des courants générés par chaque cellule : $I_{\text{module}} = 6 \cdot I_{\text{cell}}$

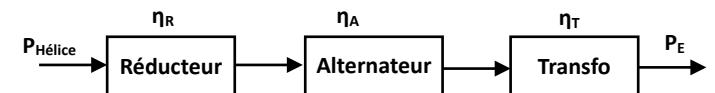
D'où : $I_{\text{module}} = 60 \text{ mA}$

Lorsque les cellules sont connectées en parallèle, la tension du module est identique à celle d'une cellule : $V_{\text{module}} = V_{\text{cell}}$

$V_{\text{module}} = 2,5 \text{ V}$

Q5 – Rendement global de la chaîne de conversion

Soit le schéma de conversion :



Le rendement global correspond au produit des rendements de chacune des composantes du système. Ainsi, on a : $\eta = \eta_R \cdot \eta_A \cdot \eta_T$

A.N. : $\eta = 93,92\%$

Q6 – La puissance injectée dans le réseau

On a par définition : $\eta = \frac{P_E}{P_{\text{Hélice}}} \Rightarrow P_E = \eta \cdot P_{\text{Hélice}}$

D'où : $P_E = 788,928 \text{ kW} \Rightarrow P_E \approx 789 \text{ kW}$

Q7 – Fréquence des tensions statoriques

Par définition : $N_s = 60 \cdot \frac{f_s}{p}$, alors : $f_s = \frac{N_s}{60} \cdot p$

D'où : $f_s = 50 \text{ Hz}$

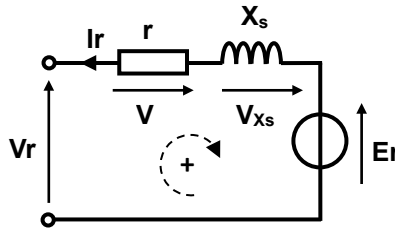
Q8 – Expression de la tension $V_r = f(E_r, I_r \text{ et } r)$

D'après la loi des mailles :

$$\underline{V_r} + r \cdot \underline{I_r} + jX_s \underline{I_r} - \underline{E_r} = 0$$

D'où :

$$\underline{V_r} = \underline{E_r} - r \cdot \underline{I_r} - jX_s \underline{I_r}$$

**Q9 – la tension V_{MPP} et le courant I_{MPP} de panneau PV**

Selon la fiche technique du panneau solaire de référence AE505MD-132, les caractéristiques au point de puissance maximale sont :

- Tension au point maximal : $V_{MPP} = 39.27 \text{ V}$
- Courant au point maximal : $I_{MPP} = 12.86 \text{ A}$

Q10 – Nombre de module photovoltaïque mise en série

Par définition, la tension totale est donnée par : $V_T = N_s \cdot V_{MPP}$

Où :

- V_T est la tension totale délivrée par une chaîne de N_s modules photovoltaïques,
- V_{MPP} est la tension au point de puissance maximale fournie par un seul module photovoltaïque.

D'où : $N_s = \frac{V_T}{V_{MPP}}$ A.N : $N_s = 22$ panneaux solaires

– Le courant total I_o produit par le champ des PV

Étant donné que la puissance totale P_T produite est d'environ de 100 kW, donc : $P_T = V_T \cdot I_o$

D'où, le courant : $I_o = \frac{P_T}{V_T}$ A.N : $I_o = 115,74 \text{ A}$

– Nombre de chaînes en parallèle N_p

Sachant que : $I_o = N_p \cdot I_{MPP} \Rightarrow N_p = \frac{I_o}{I_{MPP}}$

D'où : $N_p = 9$ chaînes

Q11 – Nombre de bits de convertisseur ADC0820-N

Selon la fiche technique du convertisseur CAN ADC0820, le nombre de bits que présente le mot binaire de sortie est : $n = 8$ bits

Q12 – pas de quantification q .

La résolution ou le quantum est défini par : $q = \frac{PE}{2^n}$ avec PE est la tension pleine échelle $P = 5 - 0 = 5 \text{ V}$

D'où : $q = 19.531 \text{ mV}$

Q13 – Le mot binaire de sortie pour $V_e = 3.81 \text{ V}$

On a : $N = \frac{V_e}{q} \Rightarrow$ d'où : $N = 195$

Q14 – la tension d'entrée lorsque $N = 00001101$

On transforme le binaire vers un nombre décimal :

$$N_{(10)} = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 \Rightarrow N_{(10)} = 13$$

Or : $N = \frac{V_e}{q} \Rightarrow V_e = q \cdot N$

D'où : $V_e = 0.254 \text{ V}$

Partie I : Montage redresseur triphasé à diode**Q15 – Allures de la tension $U_c(t)$ et du courant $I_d(t)$**

La tension $U_c(t)$ représente l'enveloppe reliant les sommets des tensions composées ; elle sera reportée en rouge sur le document réponse (en rouge).

Pour le courant $i_d(t)$, il est recommandé d'indiquer les périodes de conduction des diodes selon les trois tensions v_1 , v_2 et v_3 . Le redresseur PD3 résulte de l'association de deux redresseurs triphasés :

- **Redresseur P3 plus positif (D1, D3, D5)** : la diode reliée à la tension la plus positive est conduite (ex. : si v_1 est la plus positive, alors D1 conduite).
- **Redresseur P3 plus négatif (D2, D4, D6)** : la diode reliée à la tension la plus négative est conduite (ex. : si v_1 est la plus négative, alors D2 conduite).

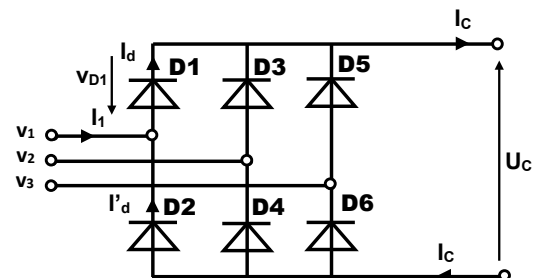
Donc le courant $i_d(t)$ qui traverse la diode D1 :

- Si D1 conduite (passante) : $i_d(t) = I_c$
- Si D1 est bloquée : $i_d(t) = 0$

Pour les allures, voir le document réponse (en vert)

Q16 – Allures de courant $i_1(t)$ et son fondamental $i_r(t)$

On note $I_d'(t)$ le courant qui traverse la diode D2



D'après le schéma ci-dessus, nous avons : $i(t) = I_d(t) - I_d'(t)$

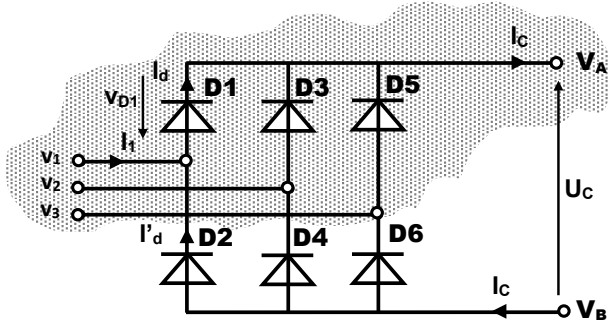
- Si D1 passante, donc D2 est bloquée : $I_d(t) = I_c$ et $I_d'(t) = 0$
Donc : $i(t) = I_c$
- Si D2 passante, donc D1 est bloquée : $I_d(t) = 0$ et $I_d'(t) = I_c$
Donc : $i(t) = -I_c$

Voir l'allure dans le document réponse (en orange).

Le courant fondamental $i_1(t)$ correspond à la composante sinusoïdale principale du courant $i(t)$, de même fréquence que ce dernier (en marron).

Q17 - L'allure de la tension aux bornes de la diode D1

Le potentiel V_A désigne la tension de sortie du redresseur triphasé P3 positif, qui constitue la partie supérieure du montage PD3.



D'après le schéma ci-dessus : $V_{D1} = V1 - V_A$

- Si D1 passante : $V_A = V1$, donc : $V_{D1} = 0$
- Si D3 passante : $V_A = V2$, donc : $V_{D1} = V1 - V2 \Rightarrow V_{D1} = u_{12}$
- Si D5 passante : $V_A = V3$, donc : $V_{D1} = V1 - V3 \Rightarrow V_{D1} = u_{13}$

Remarque : La tension que doit supporter par la diode est la tension composée (tension entre phases).

Q18 - l'intensité de courant maximal Ic

On a, par définition : $P = \langle u_c(t) \cdot i_c(t) \rangle$

Puisque le courant $i_c(t)$ est pratiquement constant, on peut écrire :

$i_c(t) = I_c$. Ainsi : $P = \langle u_c(t) \rangle \cdot I_c$

Or : $\langle u_c(t) \rangle = U_{c,moy} = 2,34 V_{eff} = 1200 \text{ kV}$

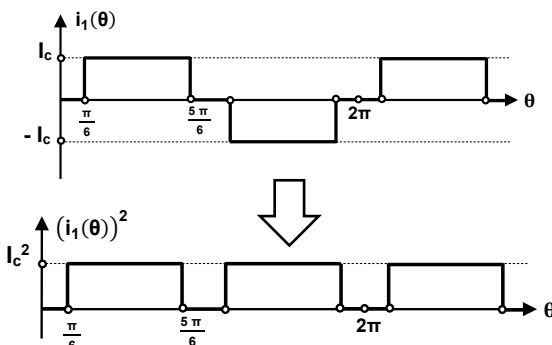
D'où : $P = 2,34 V_{eff} I_c$

Le courant fourni par le pont redresseur est donc : $I_c = \frac{P}{2,34 V_{eff}}$

Application numérique : $I_c = \frac{1,8 \times 10^9}{1200 \times 10^3} \Rightarrow I_c = 1500 \text{ A}$

Q19 - La valeur efficace I1eff du courant i1(t)

A partir de l'allure de $i_1(t)$ de document de réponse, nous avons :



Par définition : $I_{1eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (i_1(t))^2 dt} \Rightarrow I_{1eff} = \sqrt{\langle (i_1(t))^2 \rangle}$

Puisque $(i_1(t))^2$ est une fonction de type carrée, il est préférable d'en déterminer la valeur moyenne en utilisant la méthode des surfaces, c'est-à-dire en calculant l'aire sous la courbe entre 0 et 2π .

Donc : $\langle (i_1(t))^2 \rangle = 2 \times \frac{\frac{2\pi}{3} \cdot I_c^2}{2\pi} \Rightarrow \langle (i_1(t))^2 \rangle = \frac{2}{3} I_c^2$

Or : $I_{1eff} = \sqrt{\langle (i_1(t))^2 \rangle} \Rightarrow I_{1eff} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_c^2$

D'où : $I_{1eff} = I_c \sqrt{\frac{2}{3}}$ A. N : $I_{1eff} = 1225 \text{ A}$

Q20 - La valeur efficace du courant du fondamental

D'après la question Q16, on a : $I_f = 0,78 I_c$

D'où : $I_f = 1170 \text{ A}$

Q21 - Les valeur numériques des puissances

➤ La puissance active P_e à l'entrée

Puisque les diodes du redresseur sont parfaites, donc fonctionnement sans pertes : $P_e = P_s = 1.8 \text{ GW}$

➤ La puissance apparente S_e à l'entrée

On a : $S_e = 3 \cdot V_{eff} \cdot I_{1eff}$

$\Rightarrow S_e = 3 \cdot V_{eff} \cdot I_c \sqrt{\frac{2}{3}}$ Avec : $2,34 V_{eff} = 1200 \text{ kV}$

Alors : $V_{eff} = 513 \text{ kV}$

D'où : $S_e = \sqrt{6} V_{eff} \cdot I_c \Rightarrow S_e = 1.8848 \text{ GVA}$

➤ Le facteur de puissance f_p à l'entrée

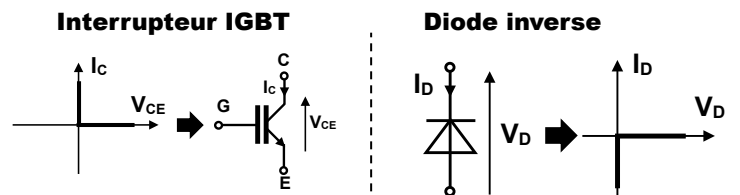
Par définition : $f_p = \frac{P_e}{S_e}$

D'où : $f_p = 0,95$

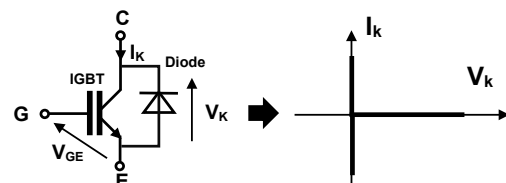
Partie B - Onduleur de tension triphasé

Q22 - Caractéristique statique de l'interrupteur

L'interrupteur K_i est composé d'un assemblage de deux interrupteur le transistor IGBT T_i et la diode D_i :



Donc la caractéristique statique de l'interrupteur est :



Q23 – Réversibilité de tension et de courant de l'onduleur

L'onduleur de tension triphasé transforme une tension continue en tension alternative pour alimenter un moteur. Il est **réversible en courant**, grâce aux diodes antiparallèles avec les IGBT (voir caractéristique) permettant un flux bidirectionnel, mais **non réversible en tension**, car la source continue U_c garde une polarité fixe.

Q24 – les tension V_{ao} , V_{bo} et V_{co}

On trace la tension V_{ao} comme l'indique dans la figure 10, puis on trace les autres par un décalage de $T/3$ pour V_{bo} et $2T/3$ pour V_{co} .

Voir document réponse (en Rouge)

Q25 – l'expression de V_{an}

On sait que : $V_{on} = -\frac{1}{3}(V_{ao} + V_{bo} + V_{co})$ et $V_{an} = V_{ao} + V_{on}$

En remplaçant V_{on} dans la deuxième équation :

$$V_{an} = V_{ao} - \frac{1}{3}(V_{ao} + V_{bo} + V_{co})$$

On développe : $V_{an} = V_{ao} - \frac{1}{3}V_{ao} - \frac{1}{3}V_{bo} - \frac{1}{3}V_{co}$

En simplifiant : $V_{an} = \frac{2}{3}V_{ao} - \frac{1}{3}V_{bo} - \frac{1}{3}V_{co}$

Q26 – l'expression de V_{an}

Astuce : Une fois V_{an} trouvé, les deux autres tensions V_{bn} et V_{cn} s'obtiennent par simple **rotation des indices a, b, c**.

Résultat final :

$$\begin{cases} V_{an} = \frac{2}{3}V_{ao} - \frac{1}{3}V_{bo} - \frac{1}{3}V_{co} \\ V_{bn} = -\frac{1}{3}V_{ao} + \frac{2}{3}V_{bo} - \frac{1}{3}V_{co} \\ V_{cn} = -\frac{1}{3}V_{ao} - \frac{1}{3}V_{bo} + \frac{2}{3}V_{co} \end{cases}$$

Q27 – Représentation des tension V_{an} , V_{bn} et V_{cn}

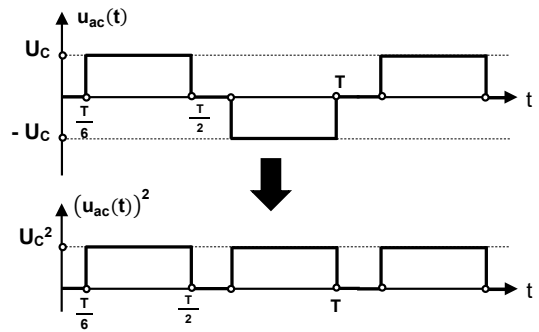
Les allures sont présentées en document de réponse (en Orange).

Remarque : Pour simplifier le tracé des formes d'onde, il suffit de représenter V_{an} uniquement. Les tensions V_{bn} et V_{cn} s'en déduisent simplement par un décalage temporel de $\frac{T}{3}$ et $\frac{2T}{3}$ respectivement par rapport à V_{an} .

Q28 – La valeur efficace de U_{ac}

Par définition : $U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (u_{ac}(t))^2 dt} \Rightarrow U_{eff} = \sqrt{\langle (u_{ac}(t))^2 \rangle}$

Puisque $(i_1(t))^2$ est une fonction de type **carrée**, il est préférable d'en déterminer la valeur moyenne en utilisant la méthode des surfaces, c'est-à-dire en calculant l'aire sous la courbe entre 0 et 2π .



Donc : $\langle (u_{ac}(t))^2 \rangle = 2 \times \frac{T}{3} \cdot \frac{U_c^2}{T} \Rightarrow \langle (u_{ac}(t))^2 \rangle = \frac{2}{3} U_c^2$

Or : $U_{eff} = \sqrt{\langle (u_{ac}(t))^2 \rangle} \Rightarrow U_{eff} = \sqrt{\frac{2}{3}} U_c$

D'où : $U_{eff} = U_c \sqrt{\frac{2}{3}}$ A.N : $U_{eff} = 980 \text{ A}$

Q29 – Valeur efficace de la tension fondamentale

Les coefficients de la composante fondamentale (n = 1) sont :

$$a_1 = \frac{U_c \sqrt{3}}{\pi} \text{ et } b_1 = \frac{3 U_c}{\pi}$$

La valeur efficace de la composante fondamentale est :

$$U_{1eff} = \frac{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}}{\sqrt{2}}$$

D'où : $U_{1eff} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} U_c = 0.78 U_c$

A.N : $U_{1eff} = 936 \text{ V}$

Q30 – Taux de distorsion harmonique (THD)

Le THD est donné par : $THD (\%) = 100 \times \frac{\sqrt{U_{eff}^2 - U_{1eff}^2}}{U_{1eff}}$

A.N : $THD (\%) = 31 \%$

Partie C - Régulation du courant de la ligne continue

Q31 – Expression de la fonction de transfert FTBO

À partir du schéma fonctionnel de la figure 12, donc la fonction de transfert en boucle ouverte :

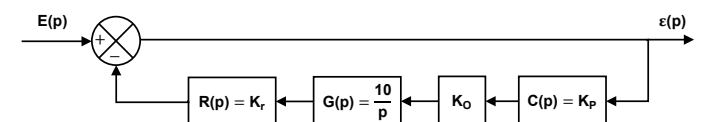
$$FTBO(p) = C(p).G(p).R(p)$$

Q32 – Expression de la fonction de transfert FTBF

À partir du schéma fonctionnel de la figure 12, donc la fonction de transfert en boucle fermée :

$$FTBF(p) = \frac{C(p).G(p)}{1 + FTBO(p)} \Rightarrow FTBF(p) = \frac{C(p).G(p)}{1 + C(p).G(p).R(p)}$$

Q33 – L'expression de l'erreur $\epsilon(p)$



Après l'annulation de la perturbation, nous construisons le schéma bloc ci-dessus.

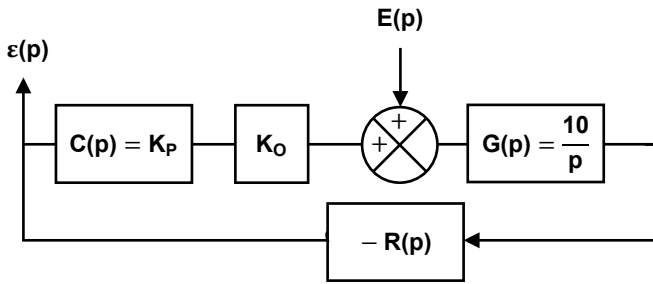
Donc : $FTBF(p) = \frac{\epsilon_E(p)}{E(p)} = \frac{1}{1+FTBO(p)} \Rightarrow \epsilon_E(p) = FTBF(p).E(p)$

Avec : $FTBO(p) = R(p).G(p).K_o.K_p \Rightarrow FTBO(p) = \frac{10.K_r.K_o.K_p}{p}$

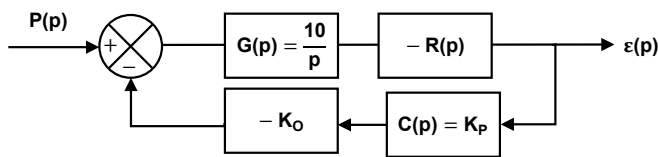
D'où : $\epsilon_E(p) = \frac{p}{p + 10.K_r.K_o.K_p} E(p)$

Q 34 - L'expression de l'erreur $\epsilon_p(p)$ en fonction de P (p)

Après l'annulation de la consigne, nous construisons le schéma bloc suivant.



Après nous avons effectué une série de transformations, et nous obtenons le schéma simplifié finale.



Donc : $FTBF(p) = \frac{\epsilon_p(p)}{P(p)} = \frac{-R(p).G(p)}{1+FTBO(p)} \Rightarrow \epsilon_p(p) = FTBF(p).P(p)$

Avec : $FTBO(p) = R(p).G(p).K_o.K_p \Rightarrow FTBO(p) = \frac{10.K_r.K_o.K_p}{p}$

D'où : $\epsilon_p(p) = \frac{-10.K_r}{p + 10.K_r.K_o.K_p} E(p)$

Q 35 - L'expression de l'erreur $\epsilon(p)$

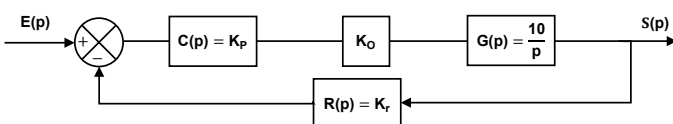
D'après le théorème de superposition, la fonction d'erreur s'exprime alors par : $\epsilon(p) = \epsilon_E(p) + \epsilon_p(p)$

D'où : $\epsilon(p) = \epsilon_E(p) = \frac{p}{D(p)} E(p) - \frac{10.K_r}{D(p)} E(p)$

Avec : $D(p) = p + 10.K_r.K_o.K_p$

Q 36 - L'expression temporelle de la sortie s(t)

Le schéma bloc ci-dessous représente le système en boucle fermée en l'absence de perturbation.



On a alors : $FTBF(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{C(p).G(p).K_o}{1+FTBO(p)}$

Avec : $FTBO(p) = R(p).G(p).K_o.K_p \Rightarrow FTBO(p) = \frac{10.K_r.K_o.K_p}{p}$

D'où : $FTBF(p) = \frac{1/K_r}{1 + \frac{10.K_r.K_o.K_p}{p}}$

Cette expression peut se mettre sous la forme canonique d'un système du premier ordre : $FTBF(p) = \frac{K_{bf}}{1 + T_{bf}p}$

Avec : $K_{bf} = 1/K_r$ et $T_{bf} = \frac{1}{10.K_r.K_o.K_p}$

Or : $FTBF(p) = \frac{S(p)}{E(p)} \Rightarrow S(p) = FTBF(p).E(p)$

Si l'entrée est un échelon d'amplitude E_o , alors :

$E(p) = \frac{E_o}{p} \Rightarrow S(p) = \frac{E_o}{p} \frac{K_{bf}}{1 + T_{bf}p}$

D'après l'annexe 3, l'expression temporelle de la sortie est :

$s(t) = K_{bf}.E_o \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{bf}}} \right)$

Q 37 - L'expression du temps de réponse à 5%

Le système étant du premier ordre, son temps de réponse à 5% s'exprime par : $t_{r5\%} = 3 T_{bf}$

En remplaçant T_{bf} , on obtient : $t_{r5\%} = \frac{3}{10 K_r K_o K_p}$

Q 38 - la valeur numérique de Kp

On a : $t_{r5\%} = \frac{3}{10 K_r K_o K_p}$, donc : $K_p = \frac{3}{10 K_r K_o t_{r5\%}}$

D'où : $K_p = 0.05$

Q 39 - Diagramme de Bode de correcteur PI

On détermine d'abord la fonction de transfert complexe du correcteur en s'appuyant sur son expression dans le domaine de Laplace.

On a : $C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$

En remplaçant $p=j\omega$, on obtient : $C(j\omega) = K_p \left(1 + \frac{1}{j\omega T_i} \right)$

On peut mettre sous forme : $C(j\omega) = K_p \cdot \frac{1+j\omega T_i}{j\omega T_i}$

Donc : $C(j\omega) = \frac{1+j\omega T_i}{j\omega \frac{T_i}{K_p}}$

Sous la forme canonique : $C(j\omega) = \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_i}}{j\frac{\omega}{\omega_p}} = \left(\frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_p}} \right) \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_i} \right)$

D'où : $C(j\omega) = H1(j\omega).H2(j\omega)$

Avec : $\omega_i = \frac{1}{T_i} = 1000 \text{ rad/s}$ et $\omega_p = \frac{K_p}{T_i} = 100 \text{ rad/s}$

Voir le diagramme de Bode dans le document de réponse

Q40 -L'erreur en régime permanent

L'erreur en régime permanent (erreur statique) s'écrit comme la somme de deux contributions : $\epsilon(p) = \epsilon_E(p) + \epsilon_p(p)$

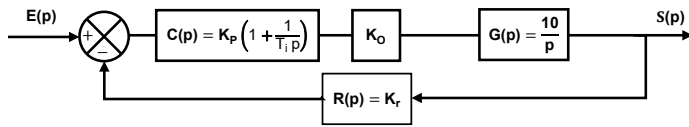
- $\epsilon_E(p) = 0$: En effet, la présence du correcteur PI introduit une intégration dans la boucle ouverte (FTBO), ce qui permet d'annuler l'erreur statique vis-à-vis de la consigne.

- $\epsilon_p(p) = 0$: L'action intégrale, placée en amont du point d'injection de la perturbation, permet également de rejeter cette perturbation en régime permanent.

D'où l'erreur en régime permanent est nulle : $\epsilon(p) = 0$

Q41 - l'expression de la fonction de transfert $H_{bo}(p)$

Si $P(p)=0$, le schéma bloc devient :



La fonction de transfert en boucle ouverte s'écrit alors :

$$H_{bo}(p) = C(p) \cdot K_o \cdot G(p) \cdot K_r$$

$$\Rightarrow \text{d'où : } H_{bo}(p) = \frac{10 K_p \cdot K_o \cdot K_r (1 + T_i p)}{T_i p^2}$$

Q42 - diagramme de Bode asymptotique

On détermine d'abord la fonction de transfert complexe du correcteur en s'appuyant sur son expression dans le domaine de Laplace.

$$\text{Donc : } H_{bo}(j\omega) = \frac{10 K_p \cdot K_o \cdot K_r (1 + T_i j \omega)}{T_i (j\omega)^2}$$

$$\Rightarrow H_{bo}(j\omega) = \frac{(1 + T_i j \omega)}{\frac{10 K_p \cdot K_o \cdot K_r}{T_i} (j\omega)^2} \Rightarrow \text{Donc : } H_{bo}(j\omega) = \frac{(1 + j \frac{\omega}{\omega_i})}{(j \frac{\omega}{\omega_o})^2}$$

Avec : $\omega_o = \sqrt{\frac{10 K_p \cdot K_o \cdot K_r}{T_i}}$ Et $\omega_i = \frac{1}{T_i}$

Application numérique : en prenant les valeurs indiquées dans la question Q39, on obtient : $\omega_o = 633 \text{ rad/s}$ et $\omega_i = 1000 \text{ rad/s}$
Voir le document réponse pour l'allures de diagramme de Bode.

Q43 - Calcul des paramètres du correcteur PI

Pour répondre à cette question, on va écrire à nouveau la fonction de transfert en boucle ouverte : $H_{bo}(p) = K_p \cdot \frac{10 \cdot K_o \cdot K_r (1 + T_i p)}{T_i p^2}$

A.N : $H_{bo}(p) = K_p \cdot \frac{4000 (1 + T_i p)}{T_i p^2}$

- Fonction de transfert complexe : $H_{bo}(j\omega) = K_p \cdot \frac{4000 (1 + T_i j\omega)}{T_i (j\omega)^2}$
- Le module de $H_{bo}(j\omega)$: $|H_{bo}(j\omega)| = K_p \cdot \frac{4000 \sqrt{1 + (T_i \omega)^2}}{T_i \omega^2}$
- L'argument : $\text{Arg}(H_{bo}(j\omega)) = \text{Arctg}(T_i \omega) - 180^\circ$

Remarque : Le cahier des charges impose une marge de phase **MP=45°** à la pulsation unitaire $\omega_1 = 1000 \text{ rad/s}$.

1 - Calcul de la constante de temps T_i à partir de la définition de la marge de phase :

On a : $MP = 180^\circ + \text{Arg}(H_{bo}(j\omega_1)) = 45^\circ$

$$\Leftrightarrow 180^\circ + \text{Arctg}(T_i \omega_1) - 180^\circ = 45^\circ$$

$$\Leftrightarrow \text{Arctg}(T_i \omega_1) = 45^\circ$$

$$\Leftrightarrow T_i \omega_1 = 1$$

D'où : $T_i = \frac{1}{\omega_1} \Rightarrow T_i = 1 \text{ ms}$

2 - Calcul de la constante K_p

À la pulsation unitaire ω_1 : $|H_{bo}(j\omega_1)| = 1$

$$\Leftrightarrow K_p \cdot \frac{4000 \sqrt{1 + (T_i \omega_1)^2}}{T_i \omega_1^2} = 1$$

D'où : $K_p = \frac{T_i \omega_1^2}{4000 \sqrt{1 + (T_i \omega_1)^2}} \Rightarrow K_p = 0.177$

Q44 - L'équation différentielle reliant $\epsilon(t)$, et $u(t)$

On a : $C(p) = \frac{U(p)}{\epsilon(p)} = K_p (1 + \frac{1}{T_i p})$

Donc : $U(p) = K_p \epsilon(p) + \frac{K_p}{T_i} \frac{1}{p} \epsilon(p)$

Dans le domaine temporel : $u(t) = K_p \epsilon(t) + \frac{K_p}{T_i} \int \epsilon(t) dt$

En dérivant : $\frac{d u(t)}{dt} = K_p \frac{d \epsilon(t)}{dt} + \frac{K_p}{T_i} \epsilon(t)$

Q45 -L'équation récurrente

On part de : $\frac{d u(t)}{dt} = K_p \frac{d \epsilon(t)}{dt} + \frac{K_p}{T_i} \epsilon(t)$

En discrétisant :

$$\frac{du(t)}{dt} \approx \frac{u(k) - u(k-1)}{T_e} ; \frac{d\epsilon(t)}{dt} \approx \frac{\epsilon(k) - \epsilon(k-1)}{T_e}$$

Donc :

$$\frac{u(k) - u(k-1)}{T_e} = K_p \frac{\epsilon(k) - \epsilon(k-1)}{T_e} + \frac{K_p}{T_i} \epsilon(k)$$

En multipliant par T_e :

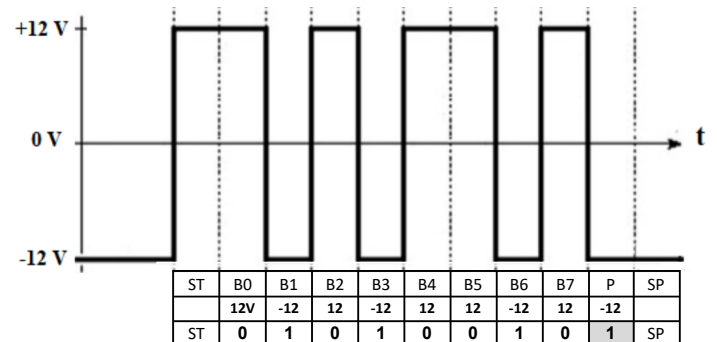
$$u(k) - u(k-1) = K_p (\epsilon(k) - \epsilon(k-1)) + \frac{K_p T_e}{T_i} \epsilon(k)$$

D'où : $u(k) = u(k-1) + K_p (1 + \frac{T_e}{T_i}) \epsilon(k) - K_p \epsilon(k-1)$

Partie D - Réseau de communication

Q46 - Séquence des bits envoyée

On a :



Donc, l'octet envoyée : **B = '0100 1010'**

En hexadécimal : **B = 4A h**

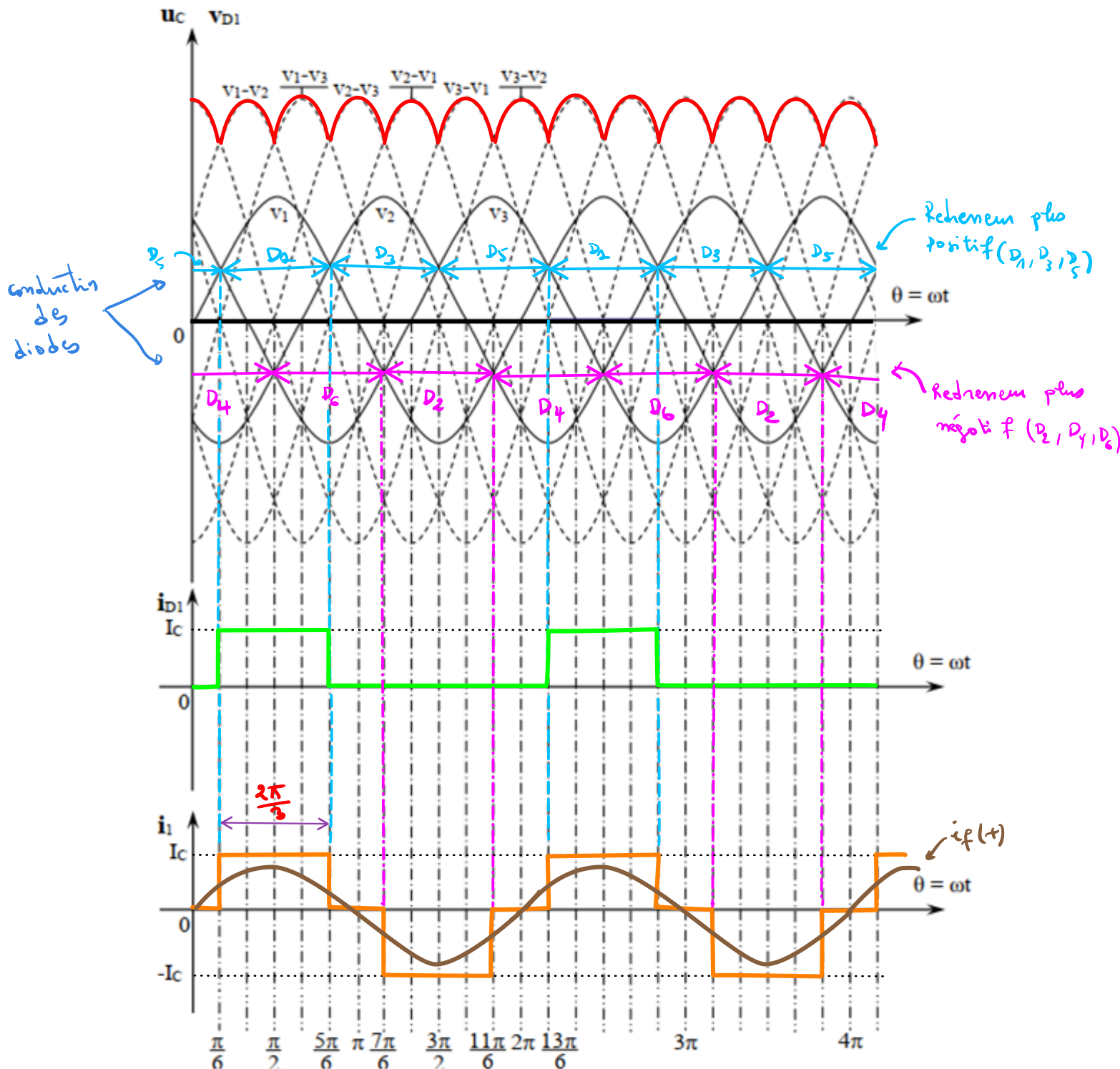
Q47 -Vitesse de transmission RS232

C'est le débit : $D = \frac{1}{T}$ avec T est le temps de bit.

$T = 1 \text{ ms} \Rightarrow D = 1000 \text{ bauds (ou b/s)}$

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

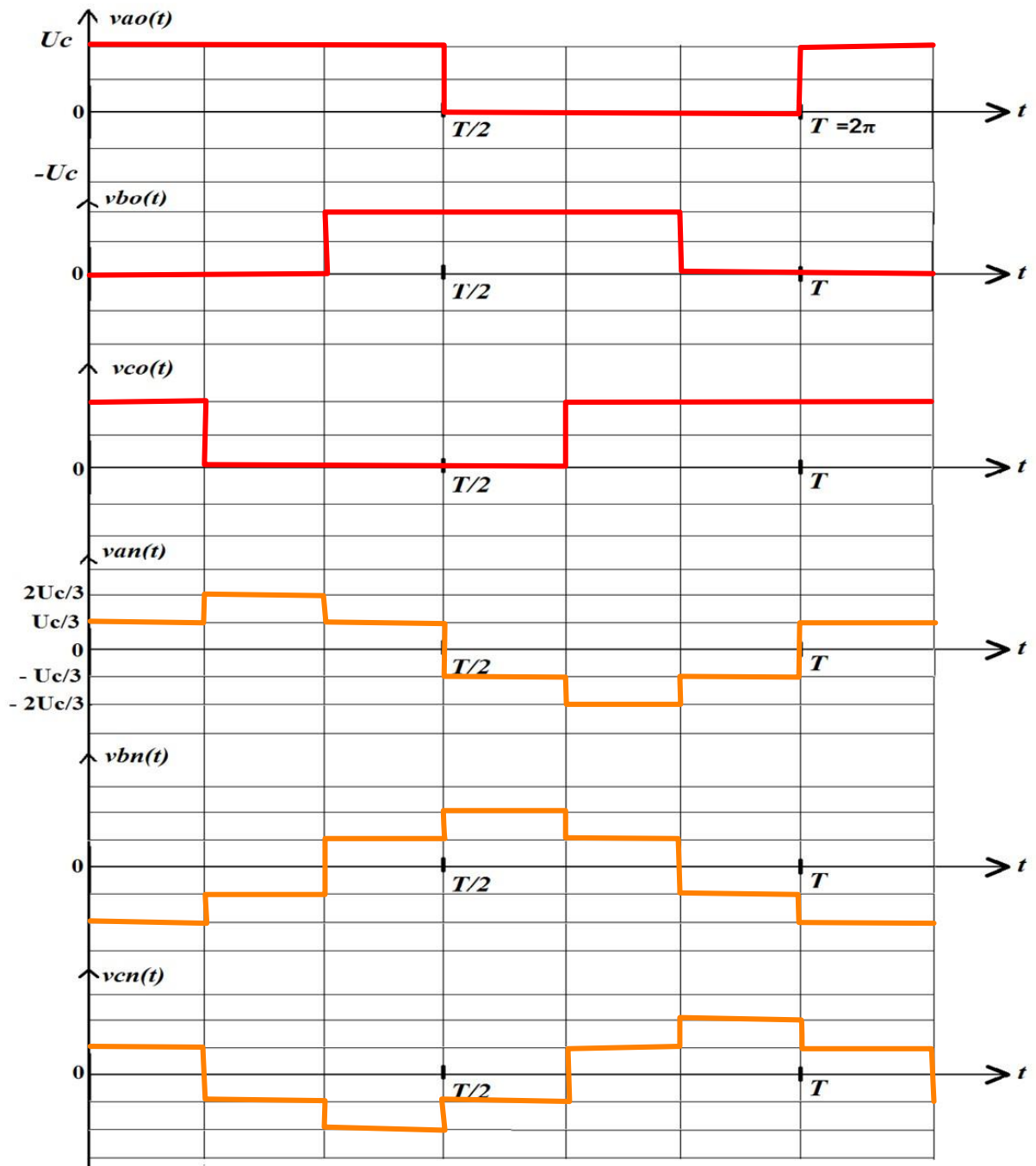
Document réponse 1



NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Document réponse 2

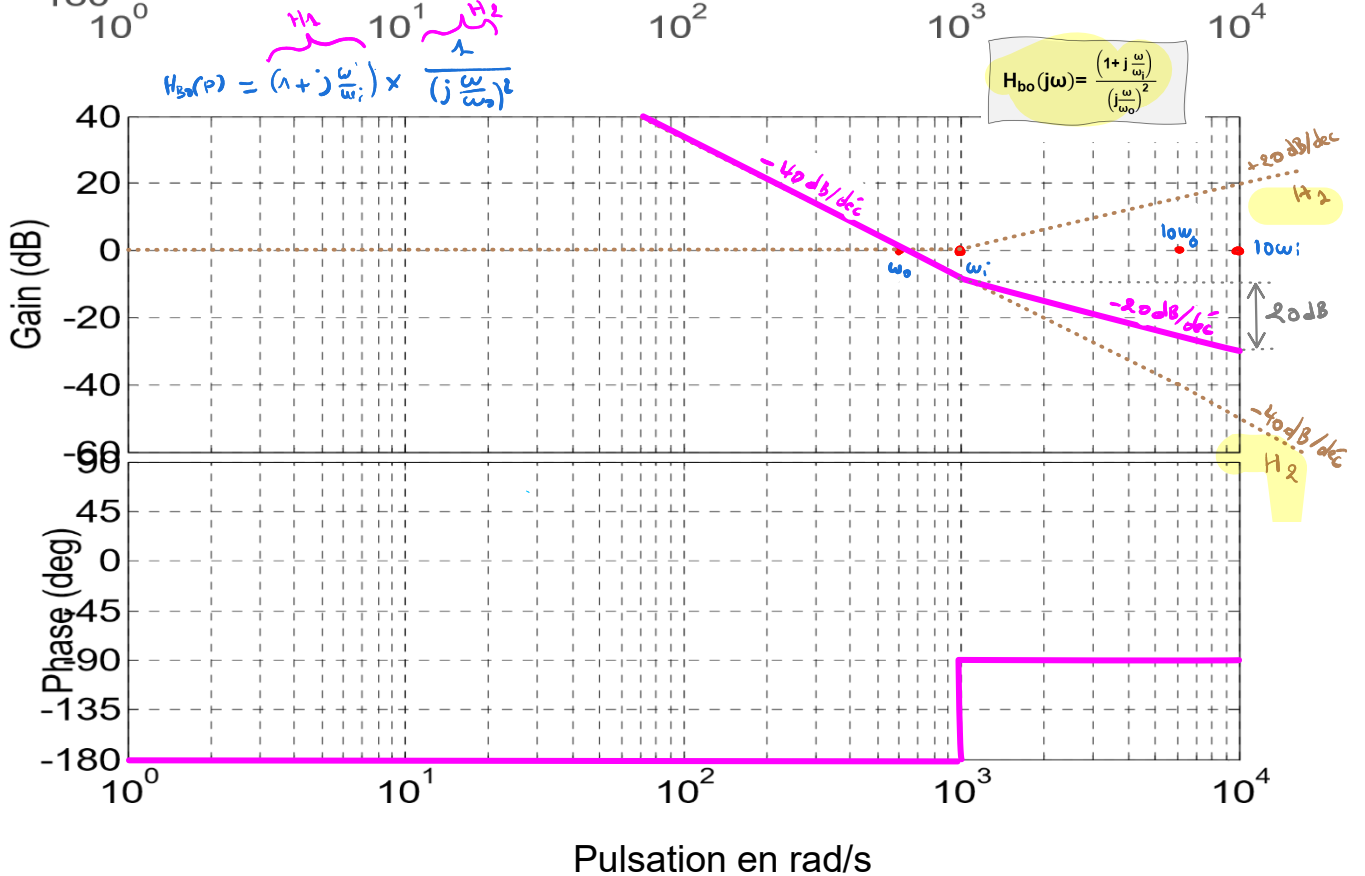
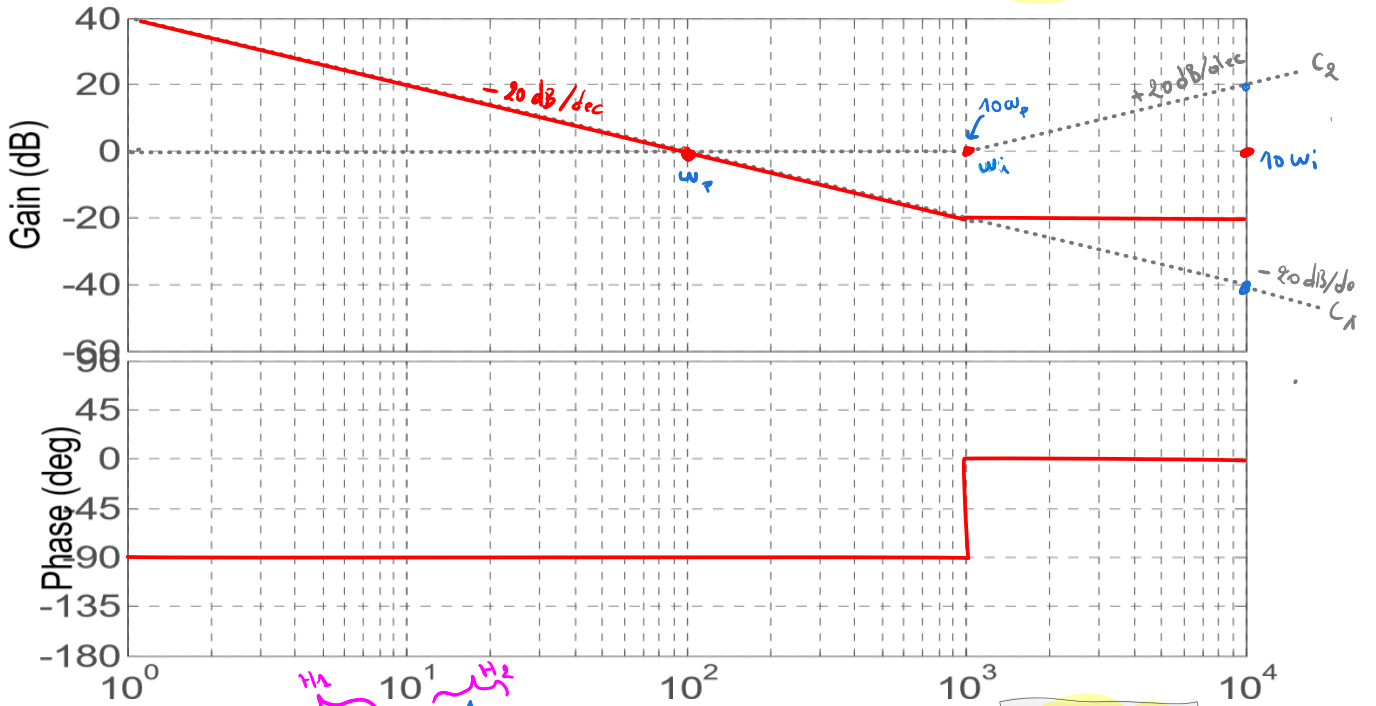
K1		K4		K1
K5		K2		K5
K3	K6		K3	



NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Document réponse 3

$$C(j\omega) = \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}}{j\frac{\omega}{\omega_p}} = \left(\frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_p}}\right) \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_1}\right)$$



$$H_{bo}(s) = \underbrace{(1 + j\frac{\omega}{\omega_1})}_{H_1} \times \underbrace{\frac{1}{(j\frac{\omega}{\omega_0})^2}}_{H_2}$$

$$H_{bo}(j\omega) = \frac{(1 + j\frac{\omega}{\omega_1})}{(j\frac{\omega}{\omega_0})^2}$$