

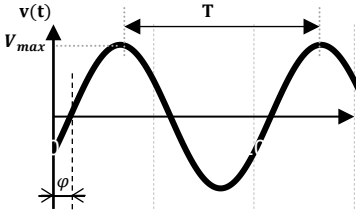
Les régimes sinusoïdaux sont essentiels en électricité car la plupart de l'énergie électrique mondiale est produite et distribuée sous forme de tensions sinusoïdales.

L'étude de ces régimes implique l'analyse de réseaux électriques composés de dipôles passifs linéaires alimentés par des sources sinusoïdales, avec des signaux de même fréquence mais déphasés.

Représentation d'une grandeur alternative sinusoïdale

1. Représentation temporelle

Une tension alternative sinusoïdale est définie par : $v(t) = V_{max} \sin(\omega t - \varphi)$.

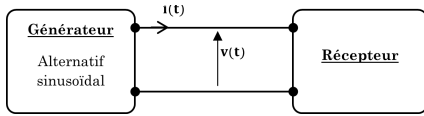


- Avec :
- V_{max} : Amplitude maximale en V
 - ω : Pulsation en rad/s
 - t : Temps en s
 - φ_0 : Phase à l'origine en rad
 - $\omega t + \varphi$: Phase à l'instant t en rad
 - T : Période du signal en s

- Relation entre pulsation et fréquence : $\omega = 2\pi F$ en [rad/s]
- Relation entre fréquence et période : $F = \frac{1}{T}$ en [Hz]
- Relation entre l'amplitude maximale et la valeur efficace : $V_{max} = V\sqrt{2}$ en [V]
- Relation de déphasage : $\varphi = \varphi_t \cdot \omega$ avec φ_t est le déphasage temporel mesuré en (s) et φ est le déphasage en (rad)

Récepteur électrique :

La plupart des récepteurs électriques, de nature inductive, entraînent un déphasage où le courant $i(t)$ est en retard par rapport à la tension $u(t)$.



- $u(t) = U \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi_u)$
- $i(t) = I \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi_i)$

On note φ le déphasage entre le courant $i(t)$ et la tension $u(t)$ et est exprimé par : $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$

Il existe trois types de récepteurs (ou charges) :

Charge résistive	Charge inductive	Charge capacitive
$\varphi = 0$	$\varphi > 0$	$\varphi < 0$

Remarque : La résolution des problèmes en régime temporel reste toujours complexe et même si possible, il prend beaucoup de temps !

2. Représentation complexe

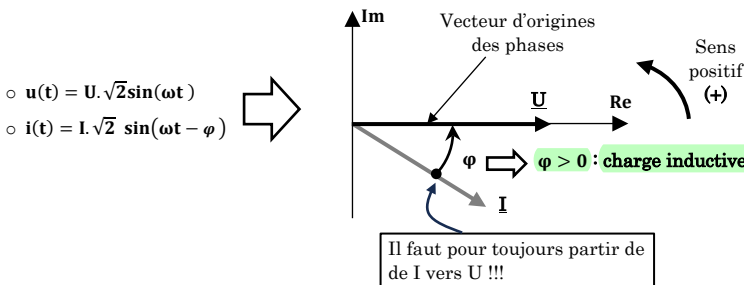
Cette méthode, adaptée aux calculatrices ou logiciels, permet des résultats précis pour la somme des signaux, mais requiert une bonne maîtrise des nombres complexes en mathématiques.

Pour transformer une représentation temporelle en une représentation complexe, on applique la formule suivante :

$$v(t) = V \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi) \Rightarrow \underline{V} = V \cdot e^{-j\varphi} \quad \text{Ou} \quad \underline{V} = V_{max} \cdot e^{-j\varphi}$$

3. Représentation vectorielle (diagramme de Fresnel)

Utilisée par les oscilloscopes et logiciels, cette méthode est peu pratique manuellement et sert surtout à estimer la somme, le calcul précis nécessitant les complexes.

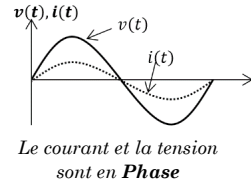
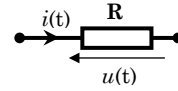


- $u(t) = U \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t)$
- $i(t) = I \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi)$

Dipôles passifs en régime alternatif

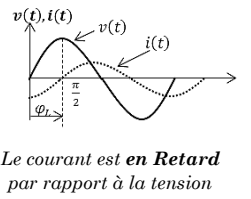
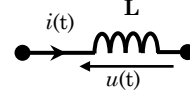
1. Résistance

- Impédance : $Z_R = R$
- Module : $|Z_R| = R$
- Déphasage : $\varphi_R = 0$
- Expressions : $u(t) = R i(t) \Rightarrow \underline{U} = R \underline{I}$



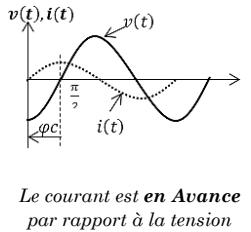
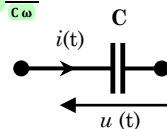
2. Inductance

- Impédance : $Z_L = j L \omega$
- Module : $|Z_L| = L \omega$
- Déphasage : $\varphi_L = \frac{\pi}{2}$
- Expressions : $u(t) = L \omega i(t) \Rightarrow \underline{U} = L \omega \underline{I}$

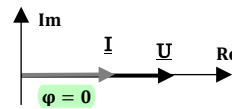


3. Capacité

- Impédance : $Z_C = \frac{1}{j C \omega} = -j \frac{1}{C \omega}$
- Module : $|Z_C| = \frac{1}{C \omega}$
- Déphasage : $\varphi_C = -\frac{\pi}{2}$
- Expressions : $u(t) = \frac{1}{C \omega} i(t) \Rightarrow \underline{U} = \frac{1}{C \omega} \underline{I}$



❖ Résistance



❖ Inductance

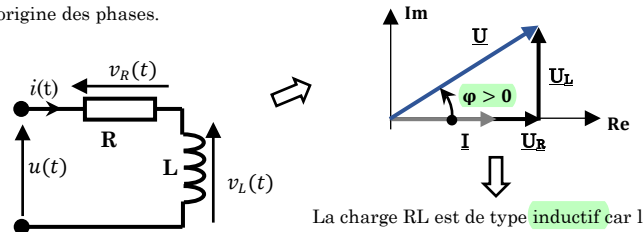
Tension origine des phases	Courant origine des phases

❖ Capacité

Tension origine des phases	Courant origine des phases

Exemple : R en série avec L

Le courant est commun (traverse les deux), donc le courant est pris comme l'origine des phases.



Valeur moyenne et valeur efficace d'un signal périodique

1. Valeur moyenne

La valeur moyenne d'un signal périodique représente la composante continue d'un signal électrique et est exprimée par :

$$\langle v(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt = \frac{\text{Surface}}{T} \quad \text{Avec} \quad \text{Surface} = \int_0^T v(t) dt$$

- Si les signaux de type carrés ou triangulaires, il est préférable de la calculée par la méthode de la surface.

- Si les signaux est de type sinus ou cosinus, il est mieux de passer par un changement de variable avant d'abordé le calcul intégral.

$$\theta = \omega t \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow dt = \frac{T}{2\pi} d\theta$$

Donc : $\langle v(\theta) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v(\theta) d\theta$

2. Valeur efficace

La valeur efficace mesure la puissance moyenne équivalente d'un signal. Elle est exprimée par :

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt} = \sqrt{\langle v(t)^2 \rangle} \text{ ou } V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v(\theta)^2 d\theta} = \sqrt{\langle v(\theta)^2 \rangle}$$

- Pour un signal alternatif sinusoïdal de valeur maximal V_{max} : $V_{eff} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$

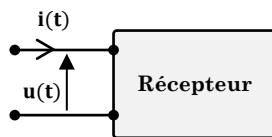
La puissance électrique en régime alternatif sinusoïdal

La puissance électrique, mesurée en watts, est l'énergie transférée par unité de temps, calculée par le produit tension-courant. En alternatif, elle intègre le facteur de puissance pour l'efficacité énergétique.

1. Puissance instantanée p(t)

Si un récepteur traversé par un courant $i(t)$ et soumis à une tension $u(t)$:

- $u(t) = U \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t)$
- $i(t) = I \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi)$



La puissance instantanée s'exprime : $p(t) = 2 \cdot U \cdot I \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t - \varphi)$

2. Puissance active P

La puissance active est la partie de la puissance électrique qui effectue un travail utile dans un circuit, elle est exprimée par : $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$

$$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) \text{ Unité : [W]}$$

3. Puissance réactive Q

La puissance réactive est la composante de la puissance électrique qui oscille entre la source et la charge sans effectuer de travail utile.

$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\varphi) \text{ Unité : [VAR]}$$

4. Puissance apparente S

La puissance apparente, aussi appelée puissance de dimensionnement, est la combinaison de la puissance active et réactive dans un circuit, représentant la puissance totale fournie : $S = P + j Q$

$$S = U \cdot I \text{ Unité : [VA]}$$

Puissance de dipôles passifs en régime alternatif sinusoïdal

1. Résistance

Puissance active P_R		Puissance réactive Q_R
$P_R = R \cdot I^2$	$P_R = \frac{U^2}{R}$	0

2. Inductance

Puissance réactive Q_L		Puissance active P_L
$Q_L = L \cdot \omega \cdot I^2$	$Q_L = \frac{U^2}{L \cdot \omega}$	0

3. Inductance

Puissance réactive Q_C		Puissance active P_C
$Q_C = -\frac{I^2}{C \cdot \omega}$	$Q_C = -C \cdot \omega \cdot U^2$	0

Notes très importantes :

- La **puissance active** est toujours dissipée dans les éléments **résistifs** (résistances) : $\varphi = 0$
- La **puissance réactive** est toujours dissipée dans les éléments **réactifs** (bobines et condensateurs)
- Si $Q > 0$: le récepteur **consomme** de la puissance réactive, ce qui indique une tendance **inductive**
- Si $Q < 0$: le récepteur **fournit** de la puissance réactive, ce qui indique une tendance **capacitive** : $\varphi < 0$

Efficacité électrique en régime alternatif sinusoïdal

1. Facteur de puissance

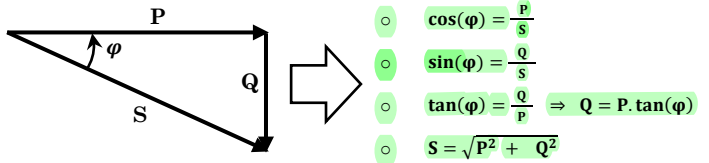
Le facteur de puissance évalue l'efficacité d'un circuit électrique, indiquant la part d'énergie utile par rapport à l'énergie totale, et impacte les pertes du système.

Il est exprimé par : $f_p = \frac{P}{S}$

Ce facteur est **inférieur ou égal à 1**.

- Un cas particulier : Dans régime alternatif sinusoïdal $f_p = \cos(\varphi)$

Triangle de puissance



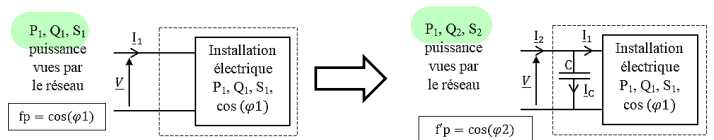
2. Effet de la chute de facteur de puissance

Effets de la chute du facteur de puissance dans les circuits électriques :

- Augmentation des pertes énergétiques dans les conducteurs.
- Surchauffe des équipements et des câbles.
- Réduction de la capacité du système de distribution.
- Augmentation des coûts d'exploitation.
- Diminution de l'efficacité globale du système électrique.
- Nécessité d'installations plus robustes et coûteuses.
- Baisse de la stabilité du réseau électrique.

3. Relèvement du facteur de puissance (solution)

Le fournisseur de l'électricité (ONE) impose donc un facteur de puissance minimal à respecter, faute de quoi l'entreprise est taxée pour toute consommation de puissance réactive excédentaire ou bien d'installer un compensateur électrique.



Remarque : Cahier des charges impose le facteur de puissance demandé f_p'

D'après le théorème de Boucherot, la puissance réactive de compensation Q_c à installer est :

$$Q_c = Q_2 - Q_1 \rightarrow -C \cdot \omega \cdot U^2 = P \cdot \tan(\varphi_2) - P \cdot \tan(\varphi_1)$$

Donc, la valeur du condensateur à installer : $C = P \cdot \frac{\tan(\varphi_1) - \tan(\varphi_2)}{\omega \cdot U^2}$