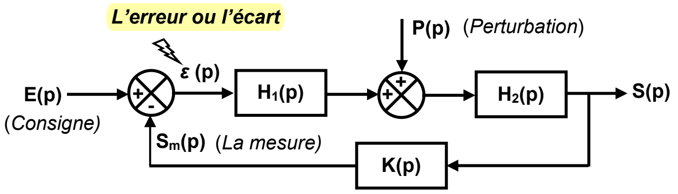
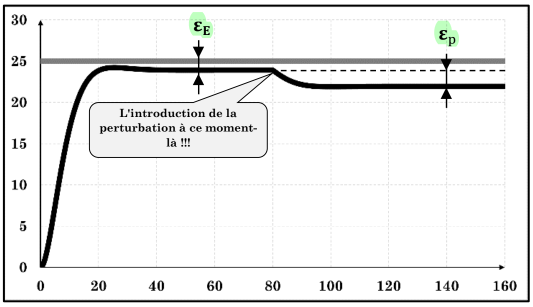
La précision d'un système asservi exprime son aptitude à suivre une consigne en minimisant l'erreur entre entrée et sortie. Elle dépend du correcteur, de la structure et des perturbations. L'évaluation globale repose sur trois critères essentiels : stabilité, rapidité et précision, **l'erreur ε(t)** caractérisant **l'écart entre consigne e(t) et sortie s(t)** et La précision est d'autant meilleure que **ε(t) tend vers zéro**.



Structure des fonctions de transfert d'erreur ε(p)

La précision d'un système asservi s'analyse par l'erreur totale : $\varepsilon(p) = \varepsilon_E(p) + \varepsilon_P(p)$
Où $\varepsilon_E(p)$ correspond à l'erreur de poursuite liée à la consigne E(p), et $\varepsilon_P(p)$ à l'erreur de régulation provoquée par les perturbations P(p).



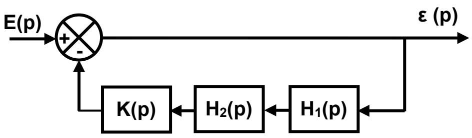
L'erreur ε(p) s'exprime, par le principe de superposition, sous la forme :

$$\varepsilon(p) = H_E(p).E(p) + H_P(p).P(p)$$

Cette relation met en évidence la contribution de la consigne et celle des perturbations, permettant ainsi d'analyser séparément la qualité du suivi et la capacité de rejet.

➡ En annulant la perturbation P(p) = 0

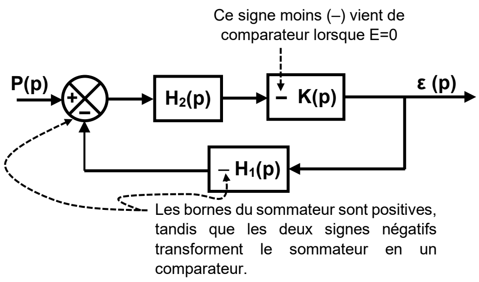
On a $P(p) = 0 \Rightarrow H_E(p) = \frac{\varepsilon(p)}{E(p)}$, Le schéma bloc correspondant peut alors être représenté :



Donc : $H_E(p) = \frac{1}{1 + FTBO(p)}$ avec : $FTBO(p) = K(p) \cdot H_1(p) \cdot H_2(p)$

➡ En annulant la consigne E(p) = 0

On a $E(p) = 0 \Rightarrow H_P(p) = \frac{\varepsilon(p)}{P(p)}$, Le schéma bloc correspondant peut alors être représenté :



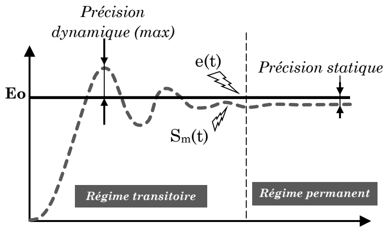
Donc : $H_P(p) = \frac{-K(p)\,H_2(p)}{1 + FTBO(p)}$ avec : $FTBO(p) = K(p) \cdot H_1(p) \cdot H_2(p)$

Finalement, l'expression d'erreur est la suivante :

$$\varepsilon(p) = \frac{1}{1 + FTBO(p)} \cdot E(p) - \frac{K(p) \cdot H_2(p)}{1 + FTBO(p)} \cdot P(p)$$

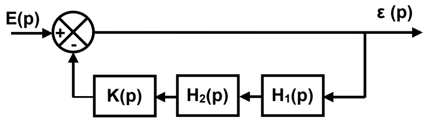
Précision statique

La précision d'un système se distingue en deux formes : **dynamique**, où l'erreur ε(t) varie dans le temps sur une **durée limitée**, et **statique**, où l'erreur se stabilise à une valeur constante en **régime permanent.**



Note : On s'intéresse dans ce cours seulement à la **précision statique**

1- Erreur de poursuite (sans perturbation) : P(p) = 0



➡ Calcul de l'écart (ou erreur) ε

La précision statique s'évalue par l'écart en régime permanent :

$$\varepsilon = \lim_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p.\varepsilon(p) \qquad \text{Avec : } \varepsilon(p) = \frac{1}{1 + FTBO(p)} \cdot E(p)$$

On distingue :

- **Erreur statique ε_S** (ou de position) pour une consigne **échelon.**
- **Erreur de traînage ε_T** (ou de vitesse) pour une consigne **rampe**.

	Echelon	Rampe
Fonction temporelle	$e(t) = Eo.u(t)$	$r(t) = Vo.t.u(t)$
Fonction de transfert dans le domaine de Laplace	$E(p) = \frac{E_o}{p}$	$E(p) = \frac{V_o}{p^2}$

➡ Expression générale de l'écart (ou erreur)

La précision statique dépend de la structure de la FTBO et on peut l'écrire sous la forme :

$$FTBO(p) = \frac{K}{p^\alpha} \times \frac{1 + a_1 p + \ldots + a_m p^m}{1 + b_1 p + \ldots + b_n p^n} \Rightarrow FTBO(p) = \frac{K}{p^\alpha} \times \frac{N(p)}{D(p)} \quad \text{Avec : } N(0) = D(0) = 1$$

Où **α** définit la **classe du système (nombre d'intégrations)**. Cette notion permet de prévoir si l'erreur en régime permanent est nulle ou non. La causalité impose la condition : $m \le n + \alpha$.

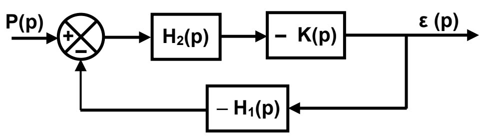
Comme : $\varepsilon = \lim_{p\to 0} p . \frac{1}{1 + FTBO(p)} \cdot E(p)$, donc :

- Erreur statique ($E(p) = \frac{E_o}{p}$) : $\varepsilon_S = \lim_{p\to 0} \frac{p^\alpha}{p^\alpha + K} Eo$
- Erreur de traînage ($E(p) = \frac{V_o}{p^2}$) : $\varepsilon_T = \lim_{p\to 0} \frac{p^{\alpha-1}}{p^\alpha + K} Vo$

Erreurs	L'écart statique ε_s			L'écart de trainage ε_T		
Classe	α = 0	α = 1	α = 2	α = 0	α = 1	α = 2
Valeur	$\frac{E_o}{1+K}$	0	0	$+\infty$	$\frac{V_o}{K}$	0

Remarque très importante : Pour éliminer **l'écart statique**, il est nécessaire d'avoir au **moins une intégration** dans la boucle ouverte. Et pour éliminer **l'écart de traînage**, il faut avoir au moins **deux intégrations** dans la boucle ouverte.

2- erreur de régulation (avec perturbation) : E(p) = 0



En régulation, la consigne est constante E(p)= 0. L'erreur s'écrit :

$$\varepsilon(p) = \frac{-K(p) \cdot H_2(p)}{1 + FTBO(p)} \cdot P(p)$$

En considérant les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$, on peut les écrire sous la forme : $H_1(p) = \frac{K_1}{p^{\alpha_1}} \frac{N_1(p)}{D_1(p)}$ et $H_2(p)= \frac{K_2}{p^{\alpha_2}} \frac{N_2(p)}{D_2(p)}$

- On impose les conditions suivantes :

$$N_1(0) = N_2(0) = D_1(0) = D_2(0) = 1$$

- Et on suppose que le gain de bloc de la chaine de retour est constant :

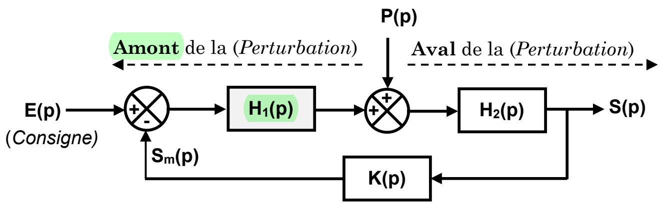
$$K(p) = Kr>0$$

Pour une perturbation échelon $P(p) = \frac{P_o}{p}$, le calcul conduit à une expression limite de ε(p) : $\varepsilon_p = \lim\limits_{p \to 0} \frac{-p^{\alpha 1} .\ Kr .\ K2}{p^{(\alpha 1 + \alpha 1)} + Kr . K1 . K2} P_o$

On distingue les trois cas particuliers selon la classe du système.

$\alpha 1 \geq 1$	$\alpha 1 = \alpha 2 = 0$	$\alpha 1 = 0$ et $\alpha 2 \geq 1$.
$\varepsilon_p = 0$	$\varepsilon_p = -\frac{Kr . K2}{1 + Kr . K1 . K2} P_o$	$\varepsilon_p = -\frac{P_o}{K1}$

Remarque très importante : Un système dont la boucle ouverte comporte **au moins une intégration située en amont du point d'application de la perturbation** ($\alpha 1 \geq 1$) présente un **écart statique nul** lorsqu'il est soumis à une perturbation **en échelon**.



Cette formulation met en évidence l'importance de la **position du correcteur**. En effet, lorsqu'il possède une intégration, il doit être placé avant le point d'injection de la perturbation, afin d'assurer l'élimination de l'erreur statique en régulation.