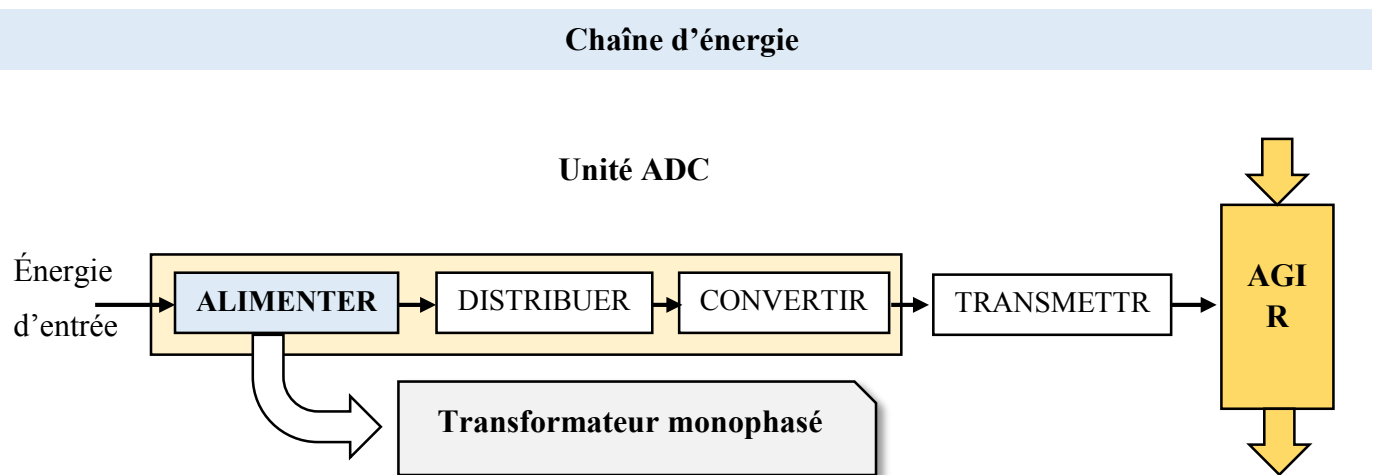


Le transformateur monophasé est un composant important de l'électrotechnique et de l'électronique de puissance.

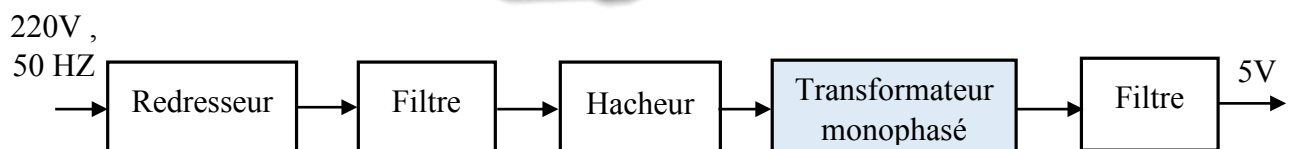
Il présente l'intérêt de réaliser l'isolation entre deux circuits tout en assurant la transmission de l'énergie électrique en régime variable.

De plus, si ses bobinages ont un nombre de spires différent, le transformateur réalisera une adaptation (élévation ou abaissement) des tensions ou des courants. En ce sens, on peut dire que le transformateur est "la boîte de vitesse de l'électricien".

Dans l'architecture fonctionnelle générique d'un système pluritechnologique, **les transformateurs monophasés** assurent la fonction « **ALIMENTER** » de la chaîne **d'énergie**.



Exemple : carte d'alimentation 5V des équipement industrielles (ex capteurs).



I- Constitutions et symbole d'un transformateur monophasé

1- Constituions

Le transformateur monophasé est constitué de deux bobinages (ou plus) montés sur un circuit magnétique

Technologie la plus commune : (2 bobinages concentriques)

Circuit magnétique en tôles au silicium à grains orientés ou en ferrite

Primaire : N_1 spires (relié à la source).
 Secondaire : N_2 spires (relié à la charge).

Circuit magnétique (CM) est un ensemble de corps aimantables (ferromagnétiques en général) qui canalises les lignes d'induction magnétiques B .

Lignes d'induction magnétiques B

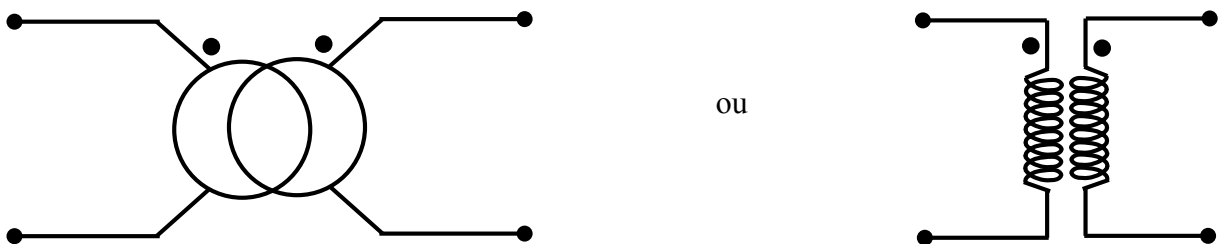
$i(t)$

Sans CM

Avec CM

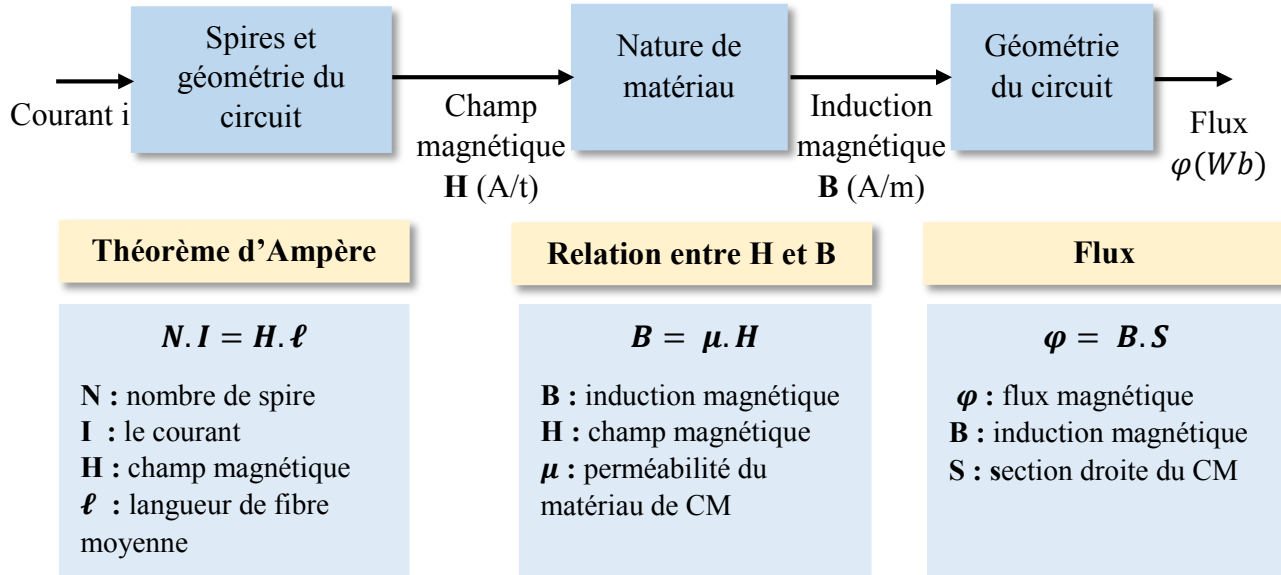
Les lignes de champs sont bien canalisées

2- Symbole d'un transformateur monophasé



3- Lois de base de magnétisme

Les transformateurs sont basés sur l'utilisation de circuits magnétiques, c'est-à-dire de masses de matériaux dits « magnétiques » propres à canaliser une induction magnétique. Plus que de l'induction, on parle souvent du « flux » de cette induction. La figure suivant présente un résumé des grandeurs mises en jeu dans les circuits magnétiques linéaires ainsi que des relations simplifiées qui les relient.

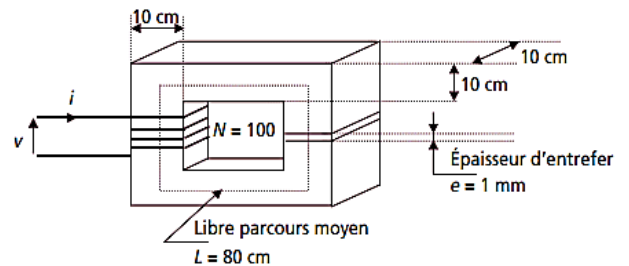


Exercice 1

On bobine $N = 100$ spires de fil de cuivre sur le circuit magnétique représenté sur la figure ci-après. Le matériau utilisé est du fer de perméabilité magnétique $\mu = 6.64 \times 10^{-4}$ SI.

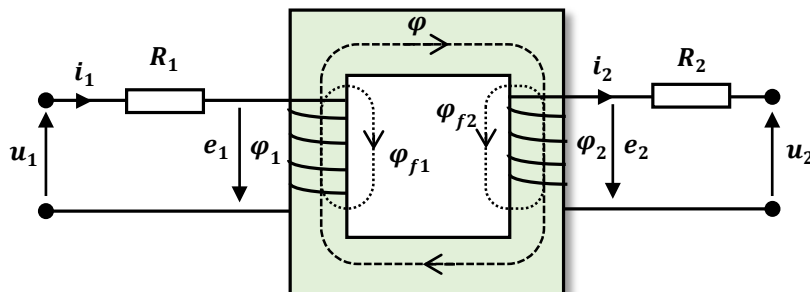
Le bobinage est parcouru par un courant de valeur efficace $I = 6A$

- Calculer la section du circuit magnétique S
- Calculer le champ magnétique H
- Déduire la valeur de l'induction magnétique B
- Exprimer puis calculer le flux magnétique φ



II- Equations générales de fonctionnement

1- Représentation



On distingue :

- Le flux commun φ circulant dans l'ensemble du circuit magnétique.
- Le flux par spire φ_1 et φ_2 des enroulements primaire et secondaire
- Le flux de fuite par spire φ_{f1} et φ_{f2} des enroulements primaire et au secondaire

Donc : $\varphi_{f1} = \varphi_1 - \varphi$ et $\varphi_{f2} = \varphi - \varphi_2$

Les flux totaux de fuites sont proportionnels aux courants qui les produisent :

$$N_1 \cdot \varphi_{f1} = L_1 \cdot i_1$$

$$N_2 \cdot \varphi_{f2} = L_2 \cdot i_2$$

2- Mise en équations

- D'après la loi d'**Hopkinson** appliquée au CM : $N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2 = \mathfrak{R} \cdot \varphi$ (1)
où \mathfrak{R} est la réluctance totale du CM.

- D'après loi de Lenz- Faraday, on a :
- $$\begin{cases} e_1 = -N_1 \frac{d\varphi_1}{dt} = -N_1 \frac{d\varphi}{dt} - N_1 \frac{d\varphi_{f1}}{dt} \\ e_2 = -N_2 \frac{d\varphi_2}{dt} = -N_2 \frac{d\varphi}{dt} + N_2 \frac{d\varphi_{f2}}{dt} \end{cases} \quad (2)$$

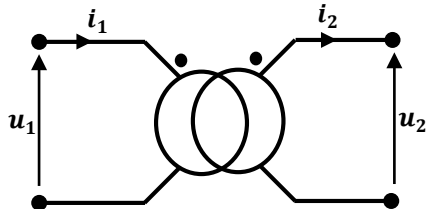
- D'après loi des mailles, on a :

$$\begin{cases} u_1 = R_1 i_1 - e_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\varphi}{dt} \\ u_2 = -R_2 i_2 - e_2 = -R_2 i_2 - L_2 \frac{di_2}{dt} + N_2 \frac{d\varphi}{dt} \end{cases} \quad (3)$$

III- Transformateur parfait (T.P)

1- Hypothèses

- Les résistances des enroulements sont nulles (**pas de pertes joule**).
- Le circuit magnétique est parfait : $\mathfrak{R} = 0$ (**pas de pertes fer**).



D'après l'équation (1)

$$N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2 = 0$$

D'après l'équation (2)

$$u_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt}$$

$$u_2 = N_2 \frac{d\varphi}{dt}$$

2- Relation fondamentales

On définit le rapport de transformation :

$$m = \frac{N_2}{N_1}$$

ou

$$m = \frac{u_2}{u_1}$$

ou

$$m = \frac{i_1}{i_2}$$

3- Formule de Boucherot

On reconnaît la formule de BOUCHEROT qui sera utile pour la **détermination du nombre de spire** des enroulements du transformateur, lorsque **U1 et U2 seront connus**. La formule de Boucherot est la suivante :

$$U_1 = 4.44 N_1 \cdot f \cdot \varphi_m$$

Avec

$$\varphi_m = B_m \cdot S$$

En effet : $U_1 = \text{Cte} \rightarrow$ le flux maximal est constant (les **flux est forcé** par la **tension du primaire U1**).

Dans un transformateur parfait les pertes sont nulles alors :

$$P_1 = P_2$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$S_1 = S_2$$

Exercice 2

On veut réaliser un transformateur monophasé **5000 V / 200 V, 50 Hz**. La section du circuit magnétique sera de **1 dm²**. L'induction maximale dans le circuit magnétique ne doit pas dépasser **1,5 T**.

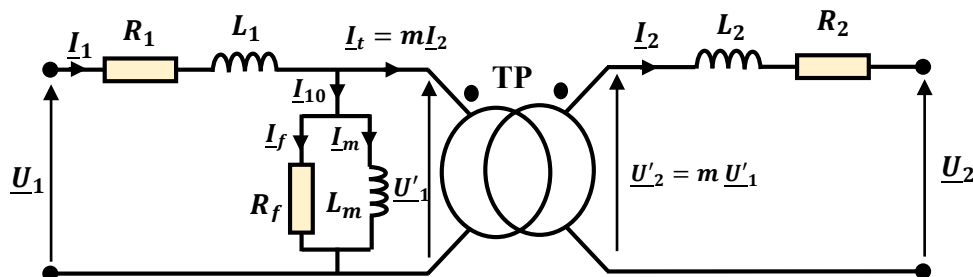
1. Calculer le rapport de transformation **m**.
2. Calculer les nombres de spires du primaire N1 et du secondaire N2.
3. Recalculer les nombres de spires si la fréquence d'utilisation est de 60 Hz au lieu de 50 Hz.

IV-Transformateur réel

1. Modèle d'un transformateur réel

En tenant compte des **pertes Joules** et des **fuites** des enroulements primaire et secondaire, on aboutit au schéma équivalent suivant (avec les notations complexes) :

Et d'après l'équation (3) :



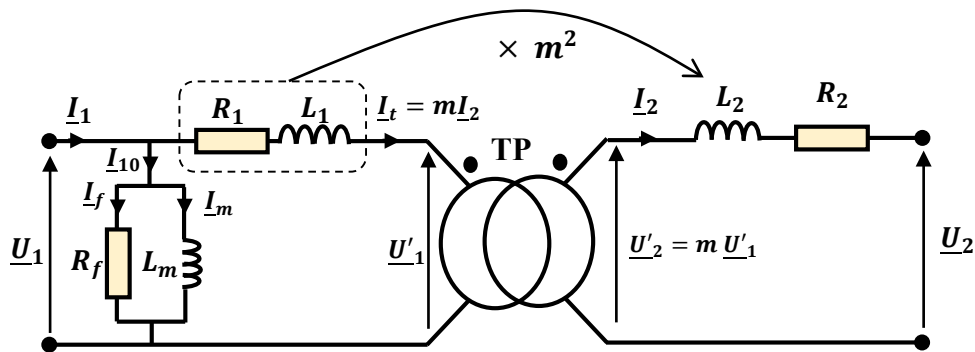
- U1** : Tension efficace aux bornes d'un enroulement primaire
- U2** : Tension efficace aux bornes d'un enroulement secondaire
- I1** : Courant efficace dans un enroulement primaire
- I2** : Courant efficace dans un enroulement secondaire
- m** : Rapport de transformation
- R1** : Résistance d'un enroulement primaire
- R2** : Résistance d'un enroulement secondaire
- L1** : Inductance de fuites au primaire
- L2** : Inductance de fuites au secondaire
- Lm** : Inductance de magnétisation
- Rf** : Résistance modélisant les pertes ferromagnétiques
- It** : le courant travail (assure le transfert d'énergie vers le secondaire TF)

Les modèles décrits jusqu'à présent permettent de bien **prendre en compte tous les paramètres essentiels du fonctionnement en régime permanent** d'un transformateur. Ils sont nécessaires pour effectuer un calcul rigoureux, il est possible de simplifier considérablement le modèle qui devient d'un usage beaucoup plus commode.

2. Hypothèse de Kapp

Les tensions aux bornes de R1 et L1 sont faibles par rapport à U1. (C'est une hypothèse tout à fait raisonnable pour les transformateurs industriels usuels)

Et donc :



Dans ce cas, on peut modifier le schéma équivalent comme ci-dessous, sans trop altérer la qualité de la modélisation. Ce schéma appelé aussi **schéma équivalent ramené au secondaire**.

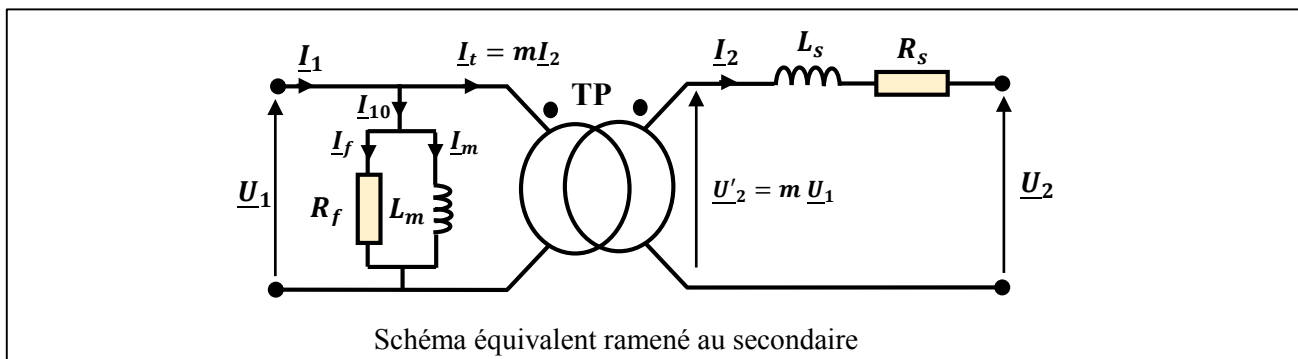


Schéma équivalent ramené au secondaire

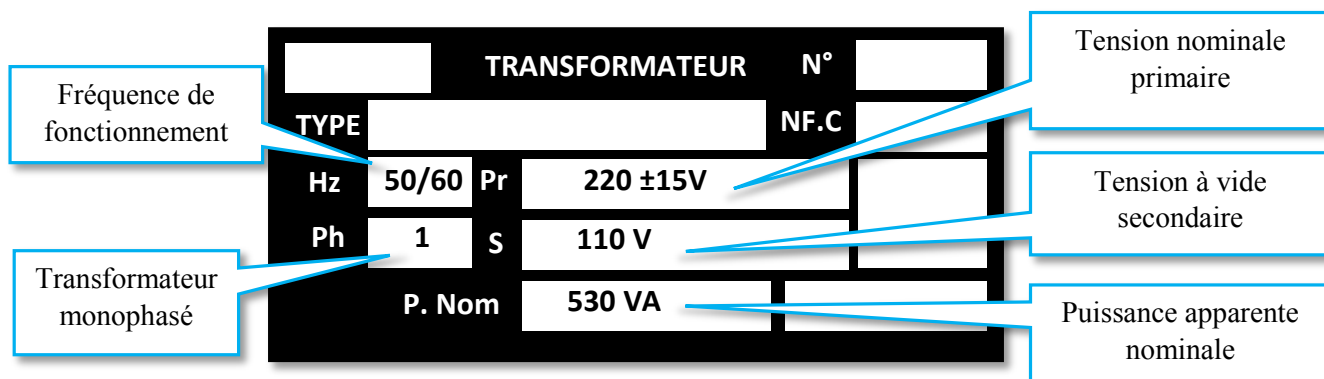
Avec :

- $R_s = R_2 + m^2 R_1$: Résistance interne totale ramenée au secondaire
- $\ell_s = \ell_2 + m^2 \ell_1$: Inductance de fuite totale ramenée au secondaire
- $m = \frac{N_2}{N_1}$: rapport de transformation à vide (si $m > 1$ le transformateur dit élévateur et abaisseur si $m < 1$).

3. Plaque signalétique d'un transformateur

La plaque signalétique d'un transformateur monophasé est constituée essentiellement les éléments suivants :

- La fréquence f (en Hz)
- La tension primaire U_{1n} (la tension nominale primaire)
- La tension à vide secondaire U_{20}
- La puissance apparente $S_n = U_{1n} I_{1n} = U_{20} I_{2n}$



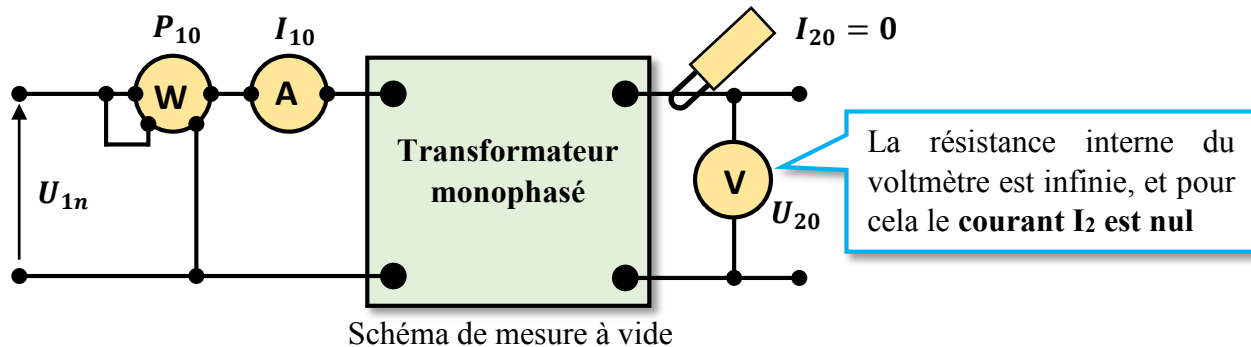
V- Procédé expérimental de détermination du schéma de KAPP

Les paramètres du schéma équivalent de Kapp peuvent être déterminés à partir de deux essais effectués sur le transformateur : **l'essai à vide** et **l'essai en court-circuit**

1-Essai à vide (la charge est déconnectée)

L'essai à vide permet de mesurer les **pertes fer** P_{fer} et de calculer le **rapport de transformation m**.

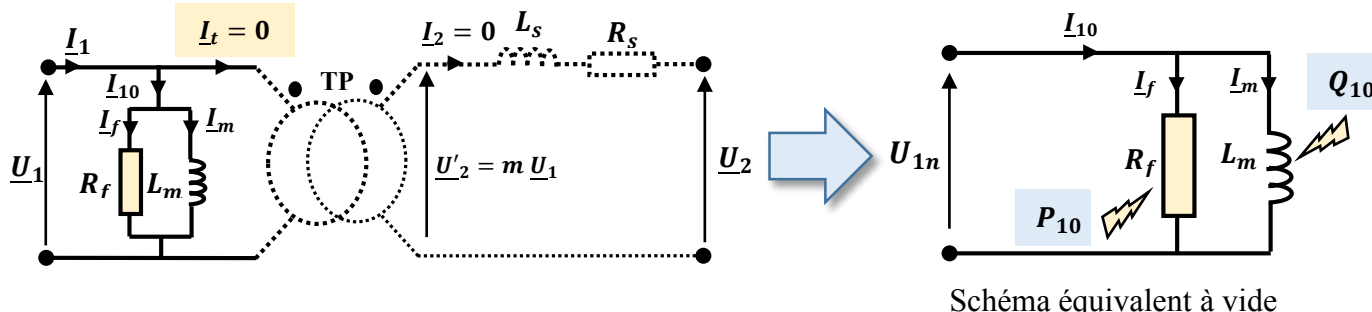
N.B : à vide le transformateur est soumis toujours à sa **tension nominale** U_{1n} .



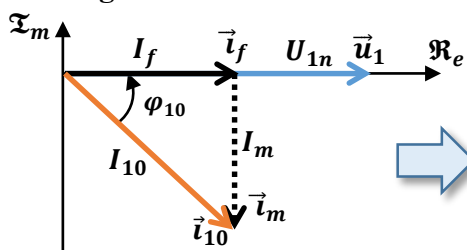
Les mesures effectuées dans cette essai : **la puissance à vide** P_{10} , **le courant à vide** I_{10} et **la tension à vide** U_{20} .

○ **Schéma équivalent à vide :**

Le courant I_2 est nul, alors le courant de travail est nul aussi, le schéma à conserver est le suivant :



○ **Digramme de Fresnel et les expressions des courant à vide**



A parti de diagramme Fresnel alors :

Facteur de puissance à vide	Le courant à vide I_{10}
$\cos \varphi_{10} = \frac{I_f}{I_{10}}$	$\cos \varphi_{10} = \frac{P_{10}}{U_{1n} \cdot I_{10}}$
$I_{10} = \sqrt{I_f^2 + I_m^2}$	

Les courants I_m et I_f	
$I_m = I_{10} \sin \varphi_{10}$	$I_f = I_{10} \cos \varphi_{10}$

○ **Les puissances à vide**

Perte fer P_{fer}	La puissance active à vide	La puissance réactive à vide
$P_{fer} = P_{10}$	$P_{10} = U_{1n} \cdot I_{10} \cos \varphi_{10}$	$Q_{10} = \sqrt{(U_{1n} \cdot I_{10})^2 - P_{10}^2}$

La puissance active à vide

$$P_{10} = U_{1n} \cdot I_f$$

La puissance réactive à vide

$$Q_{10} = U_{1n} \cdot I_{10} \sin \varphi_{10}$$

$$Q_{10} = U_{1n} \cdot I_m$$

Remarques importantes

- La puissance réactive à vide est dissipée dans l'inductance de magnétisation L_m .
- La puissance mesurée à vide représente les pertes fer, elle est dissipée dans la résistance R_f
- Les pertes joule à vide sont négligeables car le courant à vide est très faible.
- Les pertes fer sont équivalentes au carré de la tension du primaire $P_{fer} = K U_1^2$

○ **Calcul des éléments du modèle équivalent à vide**

A vide, il est demandé de calculer la résistance équivalente aux pertes fer R_f , l'inductance de magnétisation L_m ainsi le rapport de transformation m à partir des mesures effectuées. Les expressions sont :

La résistance R_f

$$R_f = \frac{U_{1n}^2}{P_{10}} \quad R_f = \frac{U_{1n}}{I_f}$$

L'inductance L_m

$$L_m = \frac{U_{1n}^2}{\omega \cdot Q_{10}} \quad L_m = \frac{U_{1n}}{\omega \cdot I_m}$$

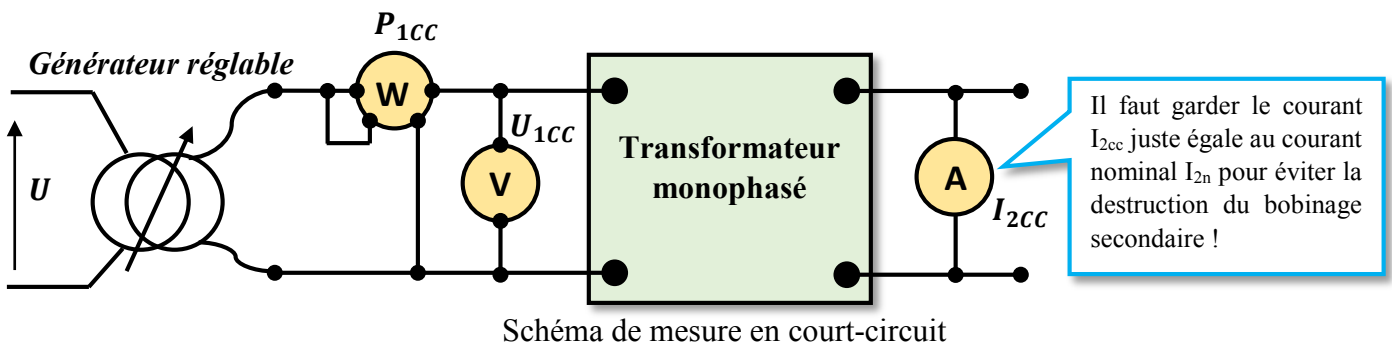
Le rapport de transformation

$$m = \frac{U_{20}}{U_{1n}}$$

2-Essai en court-circuit (secondaire de transfo est court-circuité)

Lorsque le secondaire du transformateur est en court-circuit, le primaire doit être alimenté sous une tension très réduite de façon à ne pas engendrer de courants (et donc de pertes Joules) trop importants $I_{2cc} = I_{2n}$.

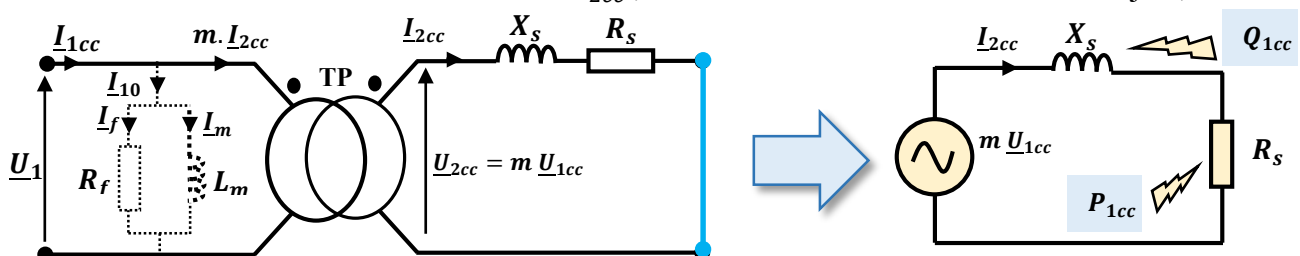
L'essai en court-circuit permet de mesurer les pertes joule dans les bobinages primaire et secondaire.



Les mesures effectuées dans cette essai sont : P_{1cc} , I_{10} et U_{20} .

○ **Schéma équivalent en court-circuit :**

Le courant I_{10} est très faible devant $m \cdot I_{2cc}$, le branche constitue L_m et R_f sera rejeté, donc :



On note X_s la réactance de fuite totale ramenée au secondaire, tel que : $X_s = L_s \omega$

○ **Les différentes puissances**

Pertes joule P_j

$$P_j = P_{1cc}$$

$$P_j = R_s I_{2cc}^2$$

Puissance réactive Q_{cc}

$$Q_{1cc} = X_s \cdot I_{2cc}^2$$

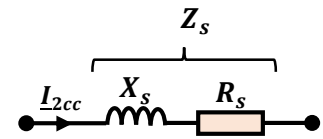
$$Q_{1cc} = \sqrt{(m \cdot U_{1cc} I_{2cc})^2 - P_{1cc}^2}$$

○ **Calcul des éléments du modèle équivalent en court-circuit**

En court-circuit, il est demandé de calculer la résistance interne totale ramenée au secondaire R_s , Inductance de fuite totale ramenée au secondaire L_s à partir des mesures effectuées. L'expression sont :

- L'expression de l'impédance Z_s

$$\underline{Z}_s = R_s + j X_s \quad \rightarrow \quad Z_s = |\underline{Z}_s| = \sqrt{R_s^2 + X_s^2}$$



Donc :

La résistance R_s

$$R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2}$$

L'impédance Z_s

$$Z_s = m \cdot \frac{U_{1cc}}{I_{2cc}}$$

La réactance X_s

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2}$$

$$X_s = \frac{Q_{1cc}}{I_{2cc}^2}$$

Exercice 3

La puissance apparente d'un transformateur monophasé 5,0 kV / 230 V ; 50 Hz est $S = 21$ kVA. La section du circuit magnétique est $s = 60$ cm² et la valeur maximale d'induction magnétique $B = 1.1$ T.

L'essai à vide :

$$U_{1n} = 5\,000 \text{ V} ; U_{20} = 230 \text{ V} ; I_{10} = 0,50 \text{ A} \text{ et } P_{10} = 250 \text{ W.}$$

L'essai en court-circuit :

$$P_{1cc} = 300 \text{ W} ; U_{1cc} = 200 \text{ V} \text{ et } I_{2cc} = 91,3 \text{ A}$$

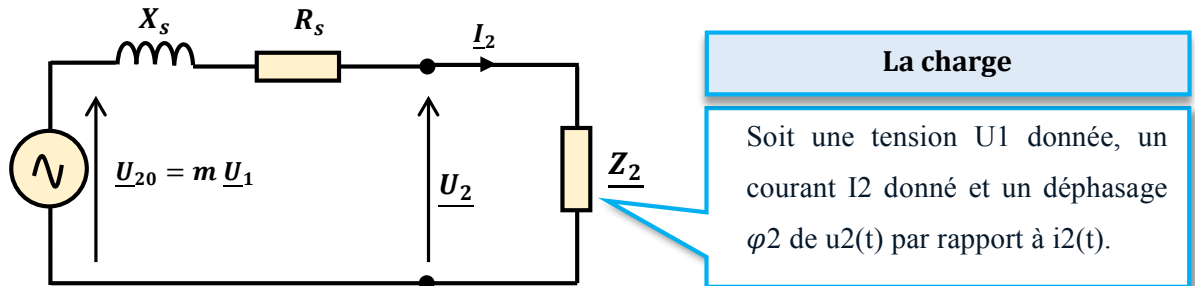
- 1- Donner le modèle du transformateur monophasé
- 2- Calculer le flux créé par le bobinage primaire.
- 3- Calculer le nombre de spires N_1 au primaire.
- 4- Calculer le rapport de transformation m et le nombre N_2 de spires au secondaire.
- 5- Quel est le facteur de puissance à vide de ce transformateur ?
- 6- Que vaut la valeur des pertes fer ? déduire la valeur de R_f et L_m ?
- 7- Quelle est l'intensité efficace du courant secondaire I_{2n} ?
- 8- Déterminer les éléments R_s ; Z_s et X_s de ce transformateur.
- 9- Calculer la valeur de la résistance R_1 et L_1 sachant que $R_2 = 1 \text{ m}\Omega$ et $L_2 = 20 \text{ mH}$.

VI- Exploitation du schéma de KAPP

1. Chute de tension en charge dans des conditions de fonctionnement données

La connaissance des éléments du schéma équivalent de KAPP du transformateur permet d'établir quelques paramètres de fonctionnement, facilitant l'exploitation de l'appareil en milieu industriel.

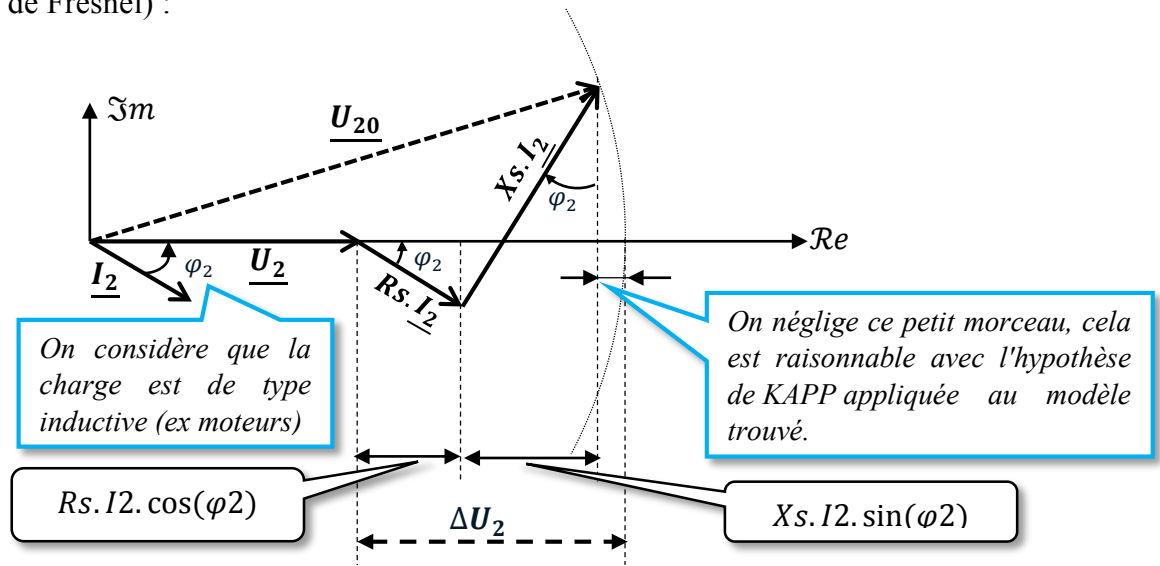
Le schéma équivalent du transformateur en charge, ramené au secondaire est le suivant :



D'après la loi des mailles : $\underline{U}_{20} - \underline{U}_2 = (R_s + j X_s) \cdot \underline{I}_2$

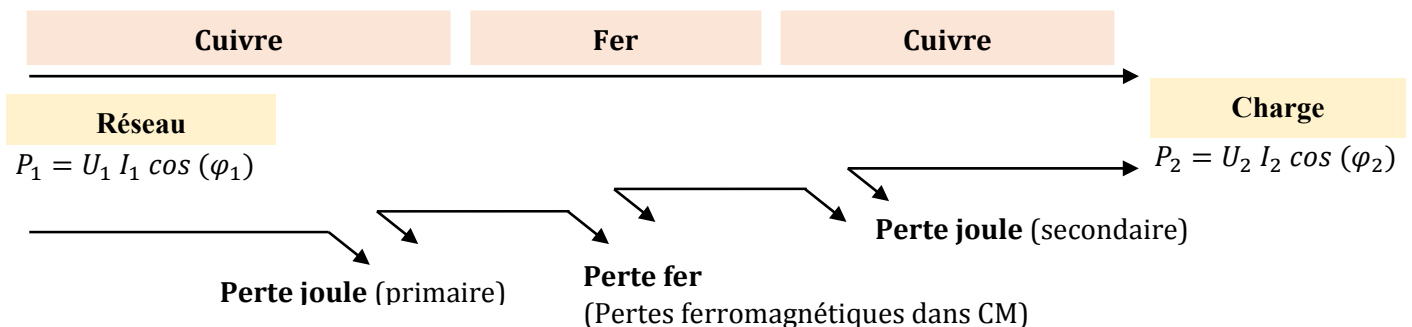
La chute de tension est alors, la différence entre les valeurs efficaces de la tension secondaire à vide U_{20} et de la tension en charge U_2 : $\Delta U_2 = U_{20} - U_2$

L'expression approchée de la chute de tension est exprimée à partir de la représentation vectorielle (diagramme de Fresnel) :



Alors l'expression approchée : $\Delta U_2 \approx (R_s \cdot \cos(\varphi_2) + X_s \cdot \sin(\varphi_2)) \cdot I_2$

2. Bilan de puissance



On distingue :

Les pertes joule

$$P_j = R_s \cdot I_2^2$$

Les pertes fer

$$P_{fer} = P_{10}$$

La puissance absorbée au primaire

$$P_1 = P_2 + P_{fer} + P_j$$

3. Le rendement

L'essai à vide permet de déterminer les pertes fer ; l'essai en court-circuit permet de déterminer les pertes Joule. On peut donc en déduire le rendement du transformateur pour une valeur de U_1 et une valeur de I_2 données :

$$\eta = \frac{\text{Puissance utile}}{\text{Puissance absorbée}} \rightarrow \eta = \frac{U_2 I_2 \cos(\varphi_2)}{U_2 I_2 \cos(\varphi_2) + P_{fer} + P_j}$$

Exercice 4

La puissance apparente d'un transformateur monophasé 5,0 kV /230V ; 50 Hz est $S = 21$ kVA. La section du circuit magnétique est $S = 60 \text{ cm}^2$ et la valeur maximale d'induction magnétique $B = 1.1 \text{ T}$.

L'essai à vide :

$$U_{1n} = 5 \text{ kV} ; U_{20} = 230 \text{ V} ; I_{10} = 0,50 \text{ A} \text{ et } P_{10} = 250 \text{ W}.$$

L'essai en court-circuit :

$$P_{1CC} = 300 \text{ W} ; U_{1CC} = 200 \text{ V} \text{ et } I_{2cc} = 91.3 \text{ A}$$

Données : $R_s = 36 \text{ m}\Omega$ et $X_s = 94 \text{ m}\Omega$

En charge, le transformateur débite un courant de valeur efficace **80 A** dans une **charge inductive** de facteur de puissance **0.83**.

- 1- Donner le modèle du transformateur ramené au secondaire
- 2- Représenter le diagramme de Fresnel associé à ce schéma équivalent.
- 3- Exprimer puis calculer la chute de tension ΔU_2
- 4- Déduire la valeur de la tension U_2 .
- 5- Calculer la puissance transmise à la charge P_2 .
- 6- Exprimer puis calculer la puissance absorbée P_1
- 7- Que vaut la valeur du rendement η .

Références :

- [1] M. Piou, « MagnElecPro : Ch6- transformateur monophasé » France, 2010.
- [2] C. François, Les grandes fonctions de la chaîne d'énergie - IUT, BTS, CPGE, FRANCE : Ellipses, 2016
- [3] L.Lasne, Exercices et problèmes d'électrotechnique : Dunode, France, 2005
- [4] P.Mayé , Aide-mémoire : Electrotechnique : Dunode , France, 2006.

Les utilisateurs sont autorisés à faire un usage non commercial, personnel ou collectif, de ce document notamment dans les activités d'enseignement, de formation ou de loisirs. Toute ou partie de cette ressource ne doit pas faire l'objet d'une vente - en tout état de cause, une copie ne peut pas être facturée à un montant supérieur à celui de son support.