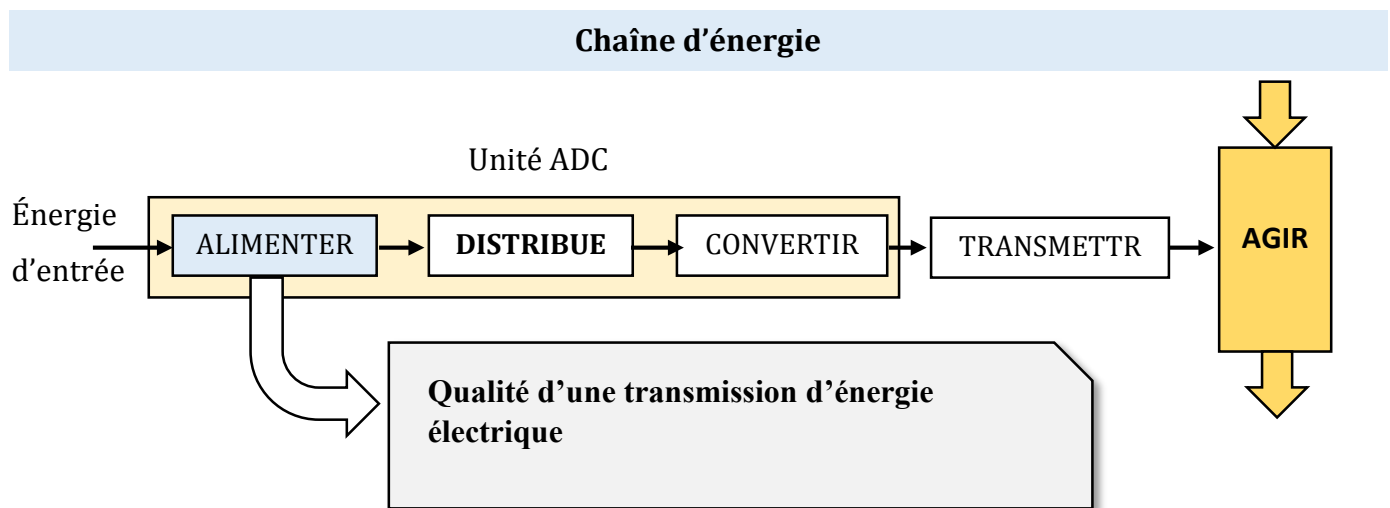


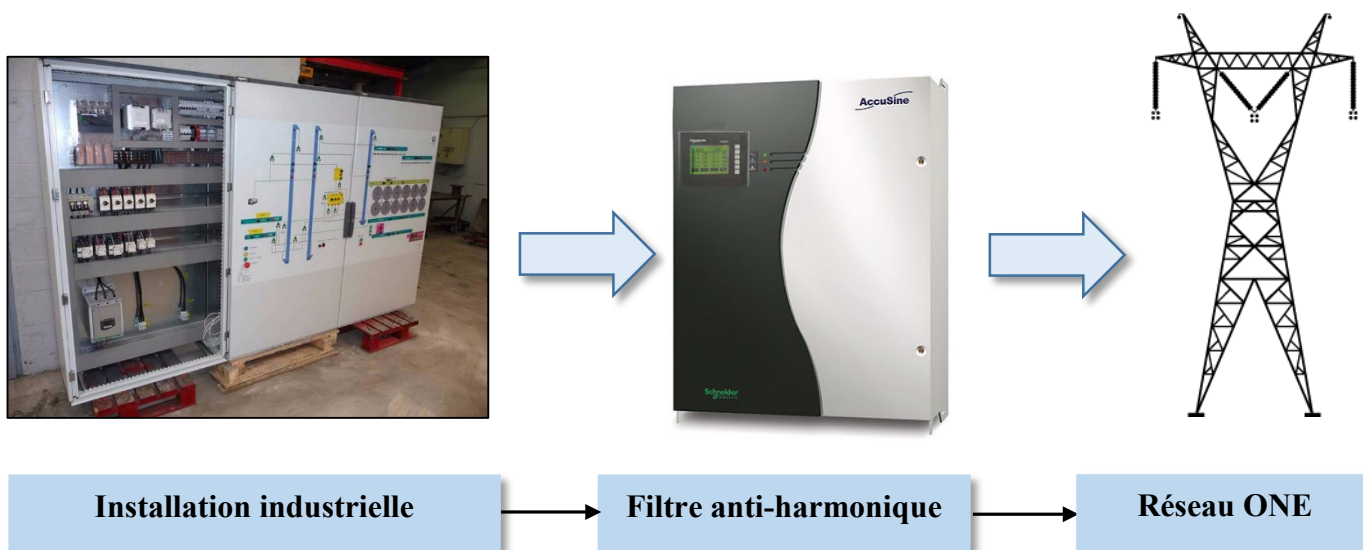
La fourniture du produit électricité est assujettie à une **notion de qualité**. Le cas idéal correspond à une **onde de tension parfaitement sinusoïdale** dont le niveau est constant et égal à la valeur contractuelle (par exemple 20 kV en HTA) et dont la fréquence est 50 Hz. Si les écarts de fréquence sont dus aux différences entre production et consommation (charges + pertes), **la déformation de l'onde de tension** par rapport à la forme idéale dépend principalement **des perturbations affectant le réseau de distribution**.

Parmi les perturbations affectant la qualité de la tension, citons les creux et coupures de tension, le Flicker (variation de l'amplitude de la tension due à des charges telles que les fours à arc) et les harmoniques dus aux courants injectés par les charges non linéaires (ex : convertisseurs).

Les perturbations harmoniques sont principalement créées par les **charges non linéaires** connectées au réseau, que ce soit par les industriels avec tous les **convertisseurs de puissance** (variateurs de vitesse...)



**Exemple : filtre actif de Schneider Electric**



Quel est le rôle du **filtre anti-harmonique** ?

## I. Notions de base

Dans ce nouveau chapitre, l'objectif est de faire le lien entre **la série de Fourier** d'un courant ou d'une tension et les conséquences de cette « **pollution harmonique** » sur la qualité d'une transmission d'énergie électrique.

### 1. Série de fourrier d'une fonction périodique

La décomposition en Série de Fourier d'une grandeur périodique revient à dire que celle-ci se décompose toujours en **une somme infinie de composantes sinusoïdales**.

Toute **fonction  $s(t)$**  périodique de période  $T$  (fréquence  $f = \frac{1}{T}$ ) peut se mettre sous la forme :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^N a_n \cos(n. \omega t) + b_n \sin(n. \omega t)$$

L'objectif alors est de calculer les coefficients de Fourier  $a_0$ ,  $a_n$  et  $b_n$ , ses coefficients sont définis par :

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \cos(n. \omega t) dt$$

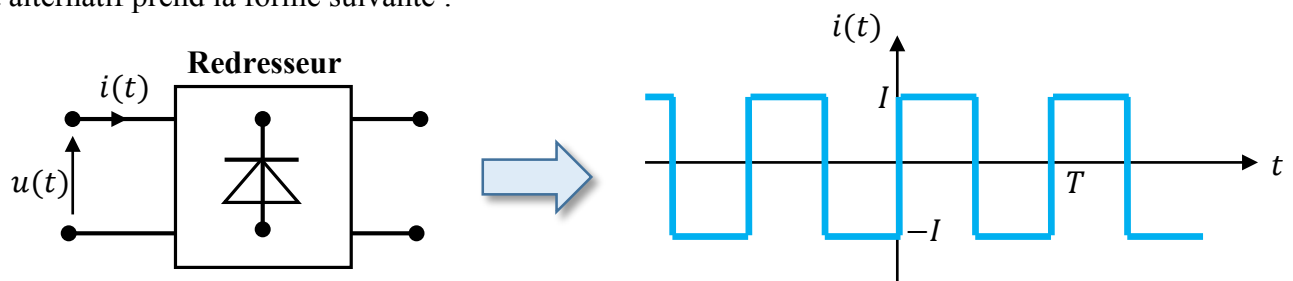
$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \sin(n. \omega t) dt$$

#### Remarques importantes

- Si la fonction est paire, les coefficients  $b_n$  sont nuls.
- Si la fonction est impaire, les coefficients  $a_n$  sont nuls.
- Si la fonction possède une symétrie sur ses deux demi-périodes, les termes d'indice pairs sont nuls.

#### Exercice 1

Un redresseur PD2 est un convertisseur de l'alternatif vers le continu, il est utilisé généralement pour alimenter les récepteurs qui demandent une source continue. Le courant à l'entrée de ce convertisseur est alternatif prend la forme suivante :



1. La fonction  $i(t)$  est-elle paire ou impaire, justifier votre réponse ?
2. Calculer la valeur moyenne de  $i(t)$ .
3. Calculer les coefficients de Fourier  $a_0$ ,  $a_n$  et  $b_n$ .
4. Mettre le courant  $i(t)$  sous la forme d'une somme de composantes sinusoïdales.

## 2. Représentation fréquentielle : la notion de spectre

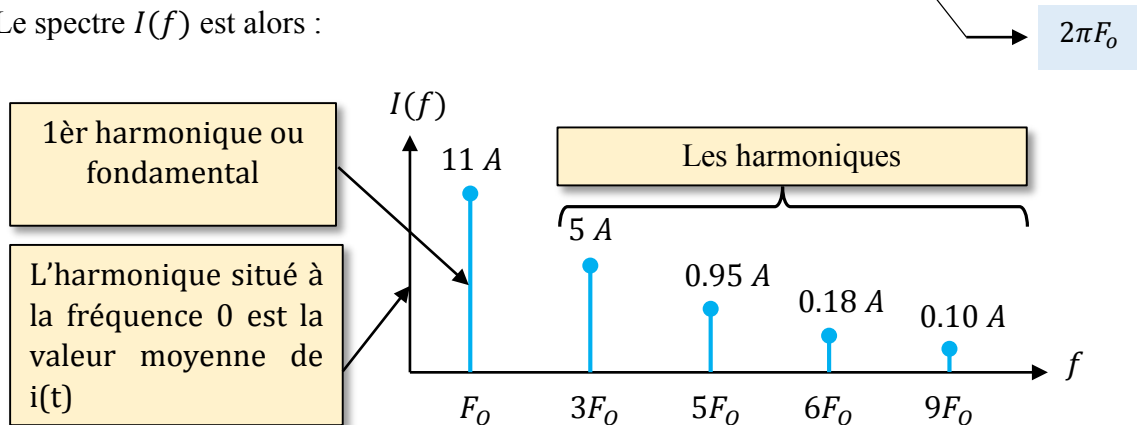
Une représentation temporelle ne permet pas de voir les détails d'un signal. Le spectre d'un signal est un plan fréquentiel dans lequel on associe une amplitude pour chaque fréquence.

$$s(t) \xrightarrow{\text{Série de Fourier}} S(f)$$

Soit :

$$i(t) = 11 \sin(\omega t) + 5 \sin(3. \omega t) + 0.95 \sin(5. \omega t) + 0.18 \sin(7. \omega t) + 0.10 \sin(9. \omega t)$$

Le spectre  $I(f)$  est alors :



## 3. Valeur efficace d'un signal déformé

Si la série de fourrier de  $s(t)$  est :

$$s(t) = S_{moy} + S_{1max} \sin(\omega.t - \varphi_1) + S_{2max} \sin(2. \omega.t - \varphi_2) + S_{3max} \sin(3. \omega.t - \varphi_3) + \dots$$

On peut montrer que :

$$S_{eff} = \sqrt{(S_{moy})^2 + (S_{1eff})^2 + (S_{2eff})^2 + (S_{3eff})^2 + \dots}$$

Avec

$$S_{n eff} = \frac{S_{n max}}{\sqrt{2}}$$

### Exercice 2

Le courant  $i(t)$  capté par un appareil de mesure à l'entrée d'un redresseur parallèle double alternance PD2 est :

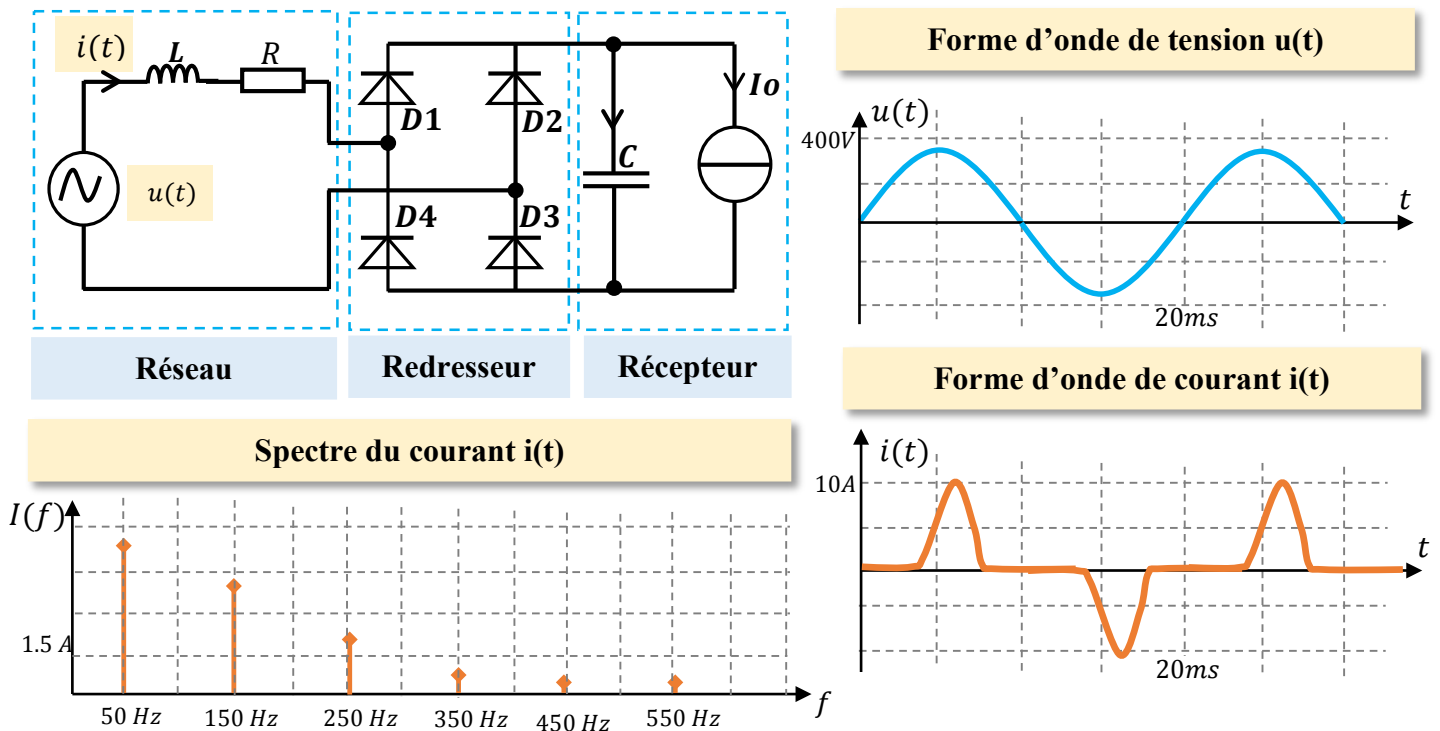
$$i(t) = 3 + 8 \cos(\omega t) + 5 \cos(3. \omega t) + 0.25 \cos(5. \omega t) + 0.18 \cos(7. \omega t)$$

- 1- Tracer le spectre  $I(f)$  du courant  $i(t)$ .
- 2- Déterminer la valeur moyenne de  $i(t)$ .
- 3- Etablir l'expression du fondamental  $i_1(t)$ .
- 4- Calculer la valeur efficace  $I_1$  du fondamental.
- 5- Calculer la valeur efficace du courant  $i(t)$ .

## II. Pollution d'harmonique

### 1. Définition

Une perturbation harmonique est définie comme une **déformation** de la forme d'onde d'un signal sinusoïdal pur (**le courant  $i(t)$  ici**). Sur le réseau électrique, les perturbations de la forme d'onde sont principalement dues à la présence de **charges non linéaires (redresseur ici)**.



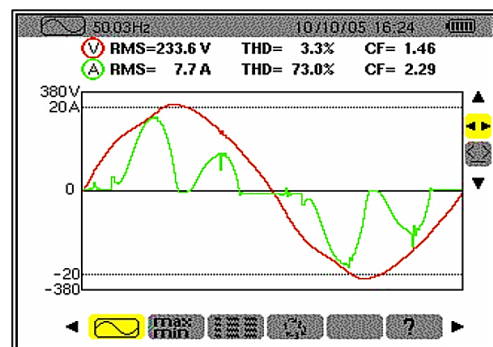
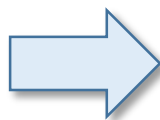
Les harmoniques sont des tensions et courants sinusoïdaux dont les fréquences sont des multiples entiers de la fréquence du réseau. Les courants harmoniques sont produits dans de faibles proportions et avec de faibles niveaux de distorsion par les appareils de production, de transport et de distribution de l'électricité.

### 2. Taux de distorsion harmonique THD

L'une des solutions destinées à déceler la présence d'harmoniques est le calcul du THD, taux de distorsion harmonique.



C.A 8332B & C.A 8334B



Taux de distorsion harmonique s'exprime par :

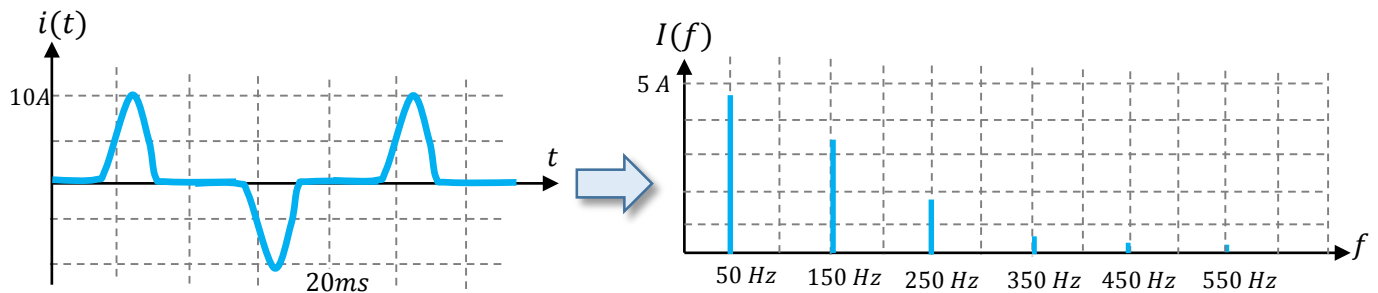
$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^{+\infty} (I_i)^2}}{I_1} = \frac{\sqrt{I^2 - I_1^2}}{I_1}$$

- $I_1$  : la valeur efficace du fondamental de  $i(t)$
- $I$  : la valeur efficace du courant  $i(t)$

Lorsque le THD est égal à zéro, on peut conclure qu'il n'y a pas d'harmoniques sur le réseau.

### Exercice 3

Le courant de l'exemple précédent est déformé, leur spectre est représenté en bas :

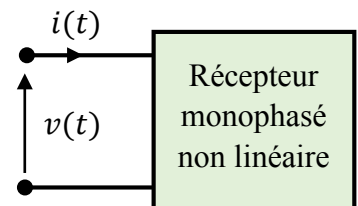


1. Donner l'expression du fondamental  $i_1(t)$ , puis calculer sa valeur efficace  $I_1$ .
2. Calculer la valeur efficace du courant  $i(t)$ .
3. Calculer le taux de distorsion d'harmonique THD.
4. Commenter le résultat trouvé.

## 3. Puissance en régime déformé

### 3.1. Récepteur monophasé

Un dipôle  $D$  est traversé par un courant  $i(t)$  périodique et soumis à une tension  $v(t)$  alternatif sinusoïdale de même période :



- $v(t) = V_{max} \cdot \sin(\omega t)$
- $i(t) = I_{1M} \cdot \sin(\omega t - \varphi_1) + I_{2M} \cdot \sin(2\omega t - \varphi_2) + I_{3M} \cdot \sin(3\omega t - \varphi_3) + \dots$

### Les différentes puissances :

#### Puissance active

$$P_1 = V \cdot I_{1\text{eff}} \cdot \cos(\varphi_1) \quad \text{Unité : [W]}$$

#### Puissance réactive portée par le fondamental

$$Q_1 = V \cdot I_{1\text{eff}} \cdot \sin(\varphi_1) \quad \text{Unité : [VAR]}$$

#### Puissance déformante

$$D = V \cdot \sqrt{(I_{2\text{eff}})^2 + (I_{3\text{eff}})^2 + \dots + (I_{n\text{eff}})^2}$$

#### Puissance apparente

$$S = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2 + D^2} \quad \text{Unité : [VA]}$$

### Facteur de puissance

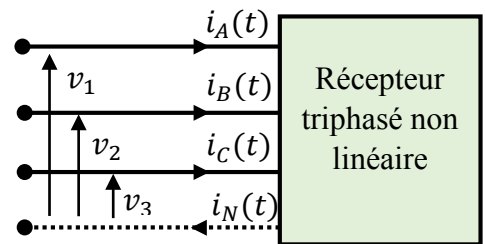
Et par définition, le facteur de puissance s'exprime par :  $fp = \frac{P_1}{S}$ . C'est un critère de qualité d'une transmission de puissance :

$$fp = \frac{\cos(\varphi_1)}{\sqrt{1 + THD^2}}$$

On en déduit que **lorsque la tension est alternative sinusoïdale**, le facteur de puissance est d'autant plus faible que les harmoniques de rang  $> 2$  sont importants et que le déphasage entre la tension et l'harmonique fondamental du courant est élevé.

### 3.2. Récepteur triphasé

Un récepteur triphasé est traversé par des courants triphasés équilibrés de même période que les tensions (mais pas sinusoïdaux) et soumis à des tensions triphasées alternatives sinusoïdales équilibrées :



#### Tensions triphasées

- $v_1(t) = V_M \cdot \sin(\omega t)$  ,  $v_2(t) = V_M \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$  et  $v_3(t) = V_M \cdot \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$

#### Courants triphasés

- $i_A(t) = I_{1M} \cdot \sin(\omega t - \varphi_1) + I_{2M} \cdot \sin(2\omega t - \varphi_2) + I_{3M} \cdot \sin(3\omega t - \varphi_3) + \dots$
- $i_B(t) = I_{1M} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi_1\right) + I_{2M} \cdot \sin\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi_2\right) + I_{3M} \cdot \sin\left(3\omega t - \frac{6\pi}{3} - \varphi_3\right) + \dots$
- $i_C(t) = I_{1M} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi_1\right) + I_{2M} \cdot \sin\left(2\omega t - \frac{8\pi}{3} - \varphi_2\right) + I_{3M} \cdot \sin\left(3\omega t - \frac{12\pi}{3} - \varphi_3\right) + \dots$

#### Les différentes puissances (couplage étoile):

##### Puissance active

$$P_1 = 3V \cdot I_{1\text{eff}} \cdot \cos(\varphi_1) \quad \text{Unité : [W]}$$

##### Puissance réactive portée par le fondamental

$$Q_1 = 3V \cdot I_{1\text{eff}} \cdot \sin(\varphi_1) \quad \text{Unité : [VAR]}$$

##### Puissance déformante

$$D = 3V \cdot \sqrt{(I_{2\text{eff}})^2 + (I_{3\text{eff}})^2 + \dots + (I_{n\text{eff}})^2}$$

##### Puissance apparente

$$S = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2 + D^2} \quad \text{Unité : [VA]}$$

#### Facteur de puissance

Et par définition, le facteur de puissance s'exprime par :  $\text{fp} = \frac{P_1}{S}$  . C'est un critère de qualité d'une transmission de puissance :

$$\text{fp} = \frac{\cos(\varphi_1)}{\sqrt{1 + \overline{THD}^2}}$$

On en déduit que **lorsque la tension est alternative sinusoïdale**, le facteur de puissance est d'autant **plus faible** que les **harmoniques de rang > 2** sont importants et que le **déphasage entre la tension et l'harmonique fondamental du courant** est élevé.

#### Remarque importante

- La somme des trois courants  $i_A(t)$ ,  $i_B(t)$  et  $i_C(t)$ , n'est plus nulle, elle ne comporte que des harmoniques 3 et multiple de 3. Cette somme représente le courant de neutre  $i_N(t)$ .

$$i_N(t) = i_A(t) + i_B(t) + i_C(t) \neq \mathbf{0} \text{ (Inconvénient !!)}$$

### 4. Effet de la pollution d'harmonique

La présence des harmoniques du courant absorbé par des charges non linéaires provoque les effets suivant :

- Diminution du facteur de puissance fp (à cause de la puissance D).
- Augmentation des pertes Joule dans la ligne de distribution ( $R_{ligne} I^2$ ).
- Le vieillissement de l'isolement des composants du réseau et, en conséquence, la réduction de l'énergie
- Création de courants homopolaires dans la ligne neutre (courant de neutre non nul).

### 5. Filtre anti-harmonique

Les filtres **anti-harmoniques** constituent la solution la plus complète pour résoudre les problèmes de qualité causés par les harmoniques, tant dans des installations industrielles que commerciales ou de services.

Les filtres anti-harmoniques sont installés en parallèle au côté réseau. Il y a deux types sont :

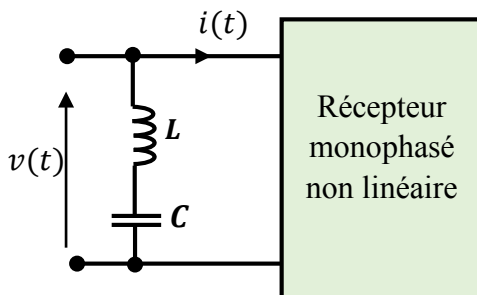


Filtre passif (LC)

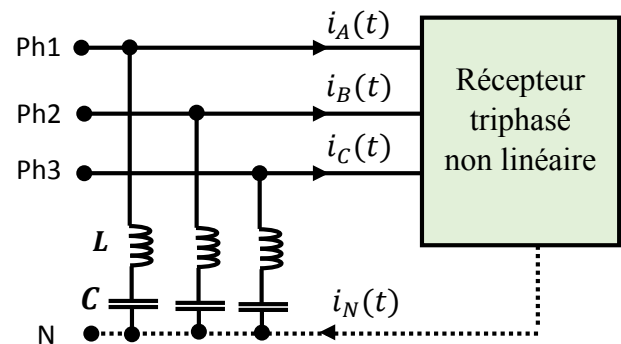


Filtre électronique actif

Dans ce cours, on s'intéresse que au dimensionnement d'un filtre LC suivant un cahier des charges pour piéger certains harmoniques.



Installation monphasée



Installation triphasée

L'idée consiste à **supprimer les harmoniques très gênants**, généralement sont toujours **l'harmonique 3 et multiple de 3**. On **cherche donc les valeurs de L et C**, ses valeurs sont calculées suivant la méthode suivante :

On désire supprimer l'harmonique d'ordre n alors :  $\underline{U}_n = \underline{Z}_n \cdot \underline{I}_n = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \underline{Z}_n = 0 \Rightarrow jL \cdot n \cdot \omega + \frac{1}{jC n \omega} = 0$$

Alors la relation pour calculer L et C :

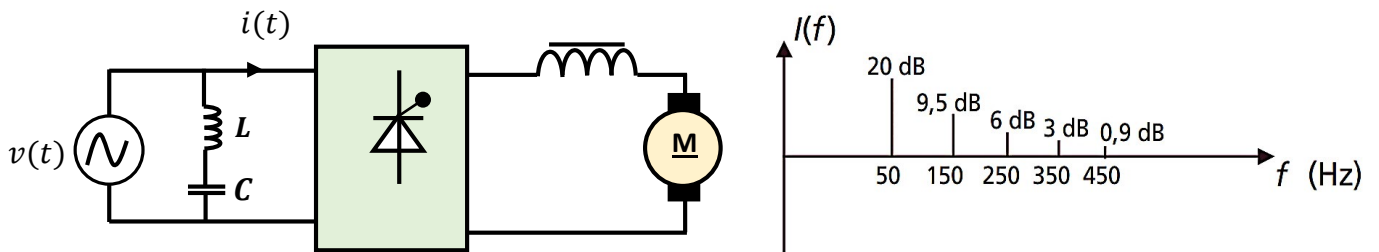
$$n \cdot 2\pi f = \frac{1}{\sqrt{L_n C_n}}$$

$f$  : la fréquence de réseau de distribution.

$n$  : l'harmonique à supprimer

**Exercice 4**

Un dipôle non linéaire consomme, sous la tension  $v(t) = 230 \sqrt{2} \sin(100 \pi t)$ , le courant  $i$  dont le spectre a été mesuré sur un énergie-mètre



Les composantes harmoniques sont indiquées en décibel, c'est-à-dire que chaque valeur notée représente  $I_k \text{ dB} = 20 \log(I_{k \text{ eff}})$ . Par ailleurs, l'appareil indique également que le dipôle consomme la puissance active  $P = 1380 \text{ W}$ .

1. Citer deux effets pour la présence des harmoniques dans un réseau de distribution.
2. Calculer les valeurs en ampères du fondamental et des diverses composantes harmoniques du courant.
3. Calculer la valeur efficace  $I$  du courant  $i(t)$ .
4. Calculer le déphasage entre le fondamental du courant  $i_1(t)$  et de la tension  $v(t)$ .
5. Calculer alors la valeur de la puissance réactive portée par le fondamental consommée  $Q_1$ .
6. En déduire la valeur de la puissance déformante  $D$ .
7. Exprimer le courant du fondamental  $i_1(t)$ , puis calculer sa valeur efficace  $I_1$ .
8. Calculer le taux de distorsion harmonique (THD) du courant.
9. Calculer le facteur de puissance  $f_p$ .

Pour améliorer le facteur de puissance et diminuer les pertes joule. Il faut insérer en parallèle un filtre anti-harmonique LC afin de supprimer l'harmonique 3 et le multiple de 3.

10. Calculer la valeur du condensateur  $L_3$  afin de supprimer (piéger) l'harmonique 3, sachant que  $C_3 = 10 \mu\text{F}$ .

**Références :**

- [1] M. Piou, « PowerElecPro : Ch6- puissance et harmonique » France, 2010.
- [2] C. François, Les grandes fonctions de la chaîne d'énergie - IUT, BTS, CPGE, FRANCE : Ellipses, 2016
- [3] L.Lasne, Exercices et problèmes d'électrotechnique : Dunod, France, 2005
- [4] W.Frelin, Thèse : Impact de la pollution harmonique sur les matériels de réseau, France, 2009.

*Les utilisateurs sont autorisés à faire un usage non commercial, personnel ou collectif, de ce document notamment dans les activités d'enseignement, de formation ou de loisirs. Toute ou partie de cette ressource ne doit pas faire l'objet d'une vente - en tout état de cause, une copie ne peut pas être facturée à un montant supérieur à celui de son support.*